

IV.1. - Exemple 1 : Immeuble régulier non symétrique.

IV.1.1. - Généralités

Nous entendons par immeuble régulier un immeuble dont le système de contreventement possède les mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques à tous les étages.

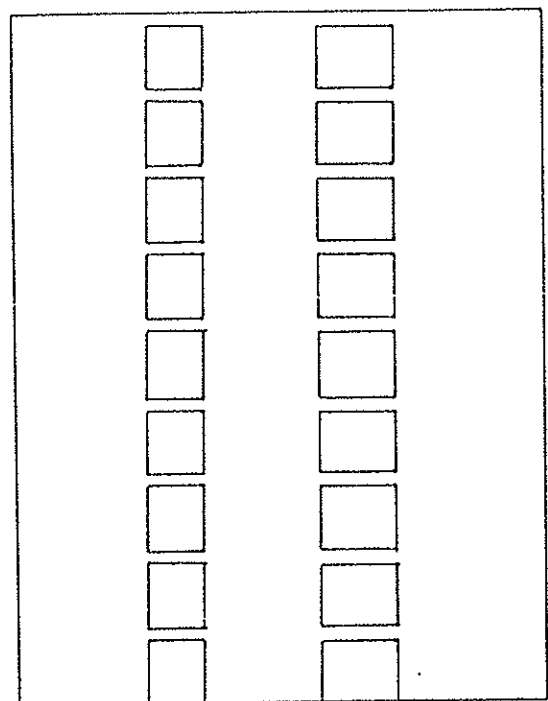
Nous allons, sur cet exemple, comparer les résultats donnés par la méthode de calcul par matrices-transfert avec ceux fournis par les trois méthodes suivantes, permettant le calcul tridimensionnel des contreventements par refends à files d'ouvertures.

- Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY. (Réf. 3)
- Méthode de DESPEYROUX et GUILLOT. (Réf. 13 et 23)
- Méthode du portique équivalent. (Réf. 1, 17 et 23)

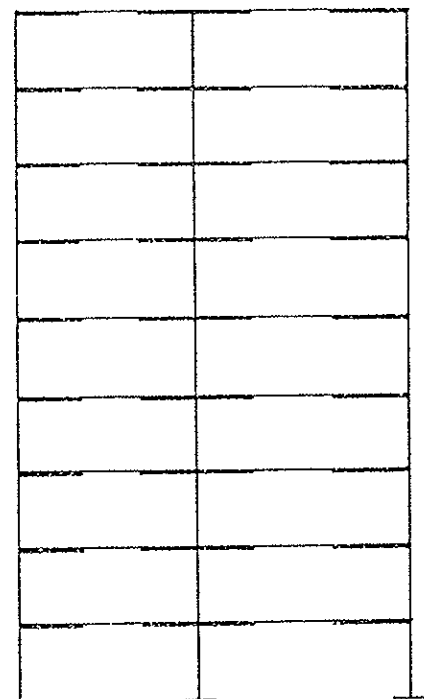
Les deux premières méthodes correspondent à la généralisation de la méthode de Messieurs ALBIGES et GOULET (Réf. 4). Afin de permettre le calcul tridimensionnel, elles remplacent toutes deux chaque plan de contreventement (refend à plusieurs files d'ouvertures par un "refend équivalent", ayant sous un chargement donné, même flèche au sommet. (Monsieur GUILLOT impose l'égalité des flèches non pas au sommet, mais à un niveau inférieur optimum). Le calcul est mené matriciellement dans les deux cas, mais dans le premier cas on aboutit à un système linéaire, alors que la seconde méthode, plus fine, conduit à un problème de valeurs propres.

Ces deux méthodes supposent impérativement que l'immeuble est régulier ou quasi régulier.

La méthode du portique équivalent consiste à représenter le contreventement par un système tridimensionnel de poutres : les trumeaux et les linteaux sont modélisés par des barres verticales ou horizontales, coïncidant avec leurs fibres moyennes, et ayant mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques. Des goussets rigides relient les extrémités des linteaux aux fibres moyennes des trumeaux.



Refend ajouré



Portique équivalent

Cette méthode donne, dans le cadre de la théorie usuelle des poutres, des résultats que l'on peut considérer comme exacts (la distorsion des trumeaux étant négligée et les planchers étant supposés infiniment rigides dans leur plan). L'introduction de portiques dans le système de contreventement ne pose pas de problèmes.

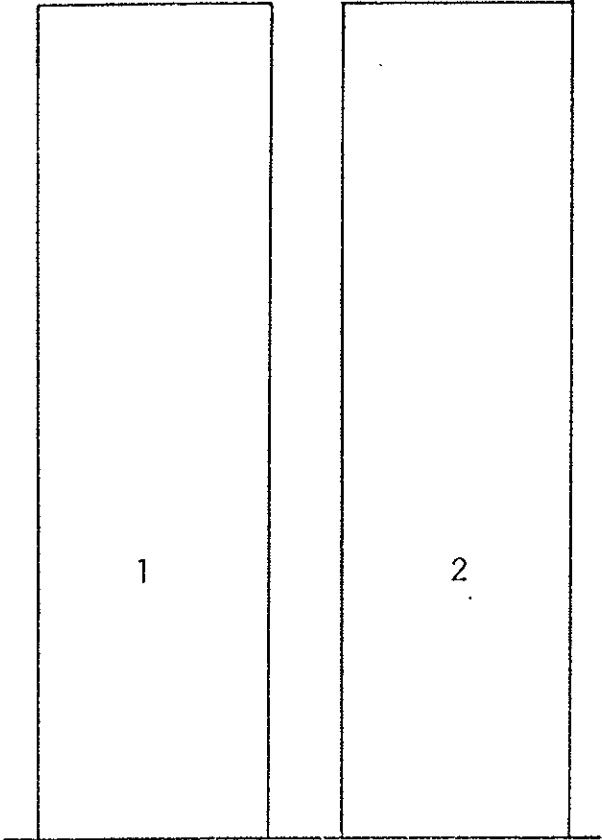
Cette méthode ne donne par contre que des résultats approchés si les trumeaux, de part leurs dimensions, sont soumis à des effets de voile (déformations de distorsions et déformations localisées importantes).

Elle est inapplicable si le système de contreventement comporte des profils ouverts en voiles minces ayant une rigidité sectorielle non négligeable (cas des noyaux d'immeubles)

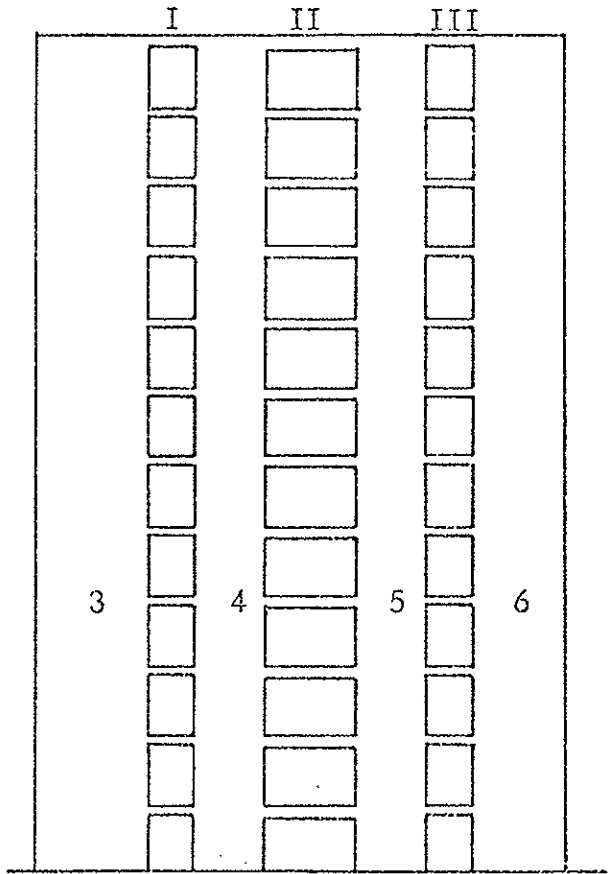
IV.1.2. - Description sommaire de l'immeuble (cf. schéma page suivante)

- 3 plans de contreventement parallèles
- 12 étages de 3 m
- 8 trumeaux numérotés de 1 à 8
- 4 files de linteaux, numérotées de I à IV
- fondations rigides

élévations

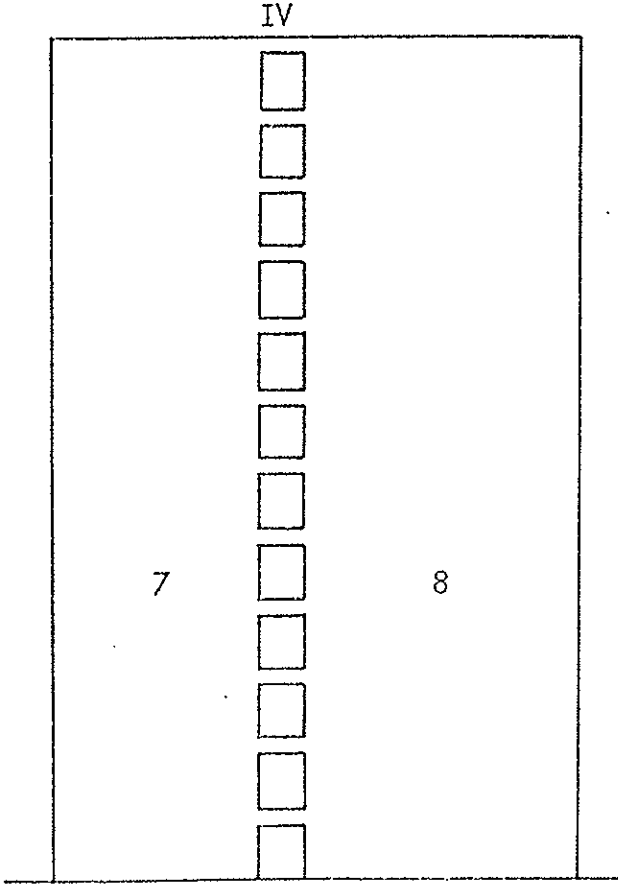


plan de contreventement 1



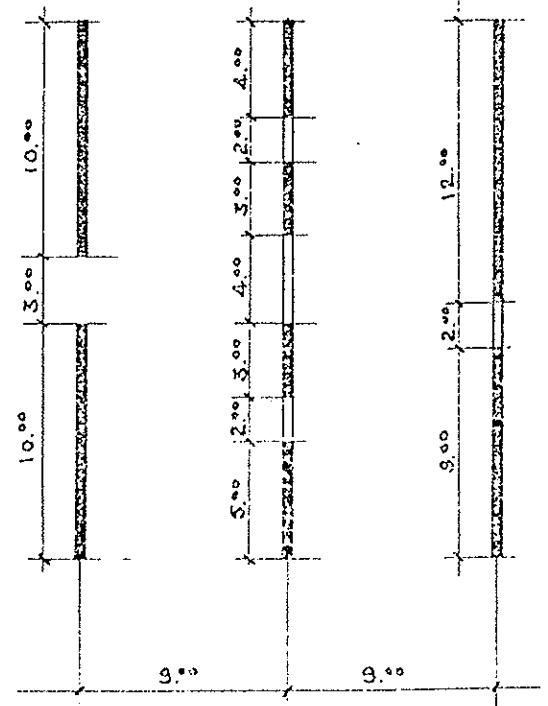
plan de contreventement 2

élévation



plan de contreventement 3

vue en plan



$E = 1\,600\,000\text{ T/m}^2$ $G = 1\,000\,000\text{ T/m}^2$
 L'épaisseur uniforme des refends est 20 cm.

Caractéristiques mécaniques :

Trumeaux	Surface (m ²)	Inertie (m ⁴)
1	2.00	16.6667
2	2.00	16.6667
3	1.00	2.0833
4	0.60	0.4500
5	0.60	0.4500
6	0.80	1.0667
7	1.80	12.1500
8	2.40	28.8000

Files de linteaux	Longueur (m)	Inertie (m ⁴)
I	2.00	0.0020
II	4.00	0.0050
III	2.00	0.0030
IV	2.00	0.0100

Chargement :

Chargement horizontal uniforme de 1,1833 T/ml, appliqué dans le plan moyen du plan de contreventement médian.

IV.1.3. - Comparaison des résultats

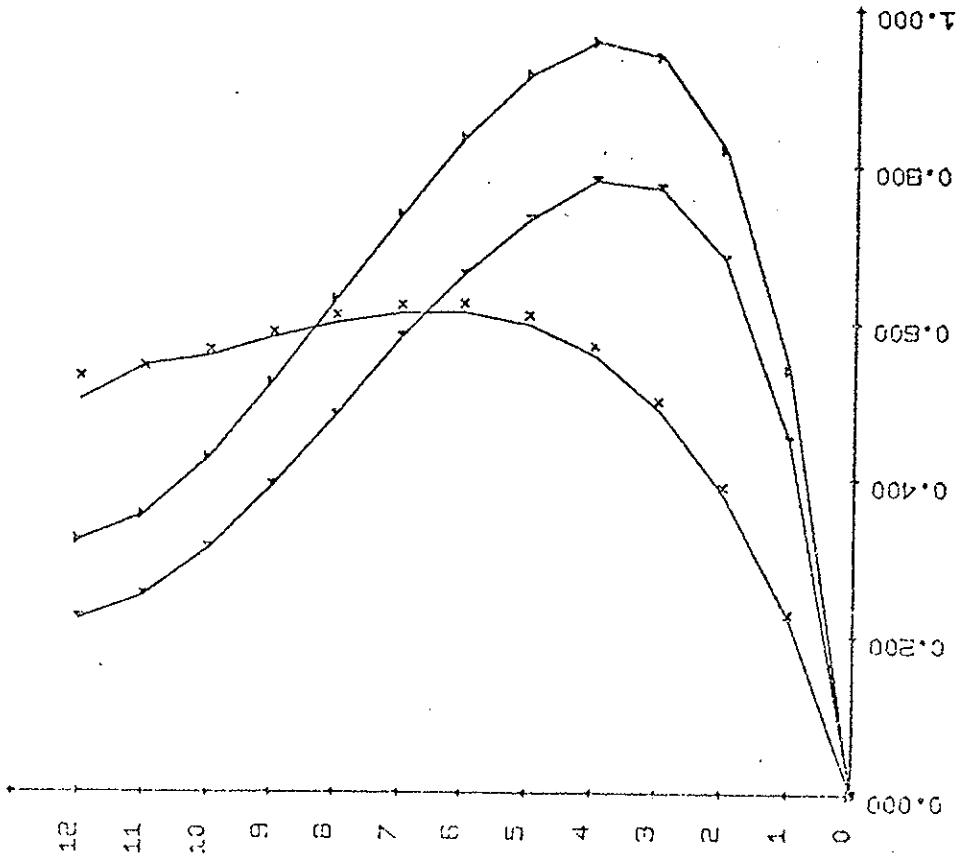
Les courbes des pages suivantes visualisent les résultats fournis par les quatre méthodes utilisées.

Les valeurs calculées par la méthode du portique équivalent peuvent être considérées comme quasi-exactes (dans le cadre de la théorie usuelle des poutres) et seront adoptées comme valeurs de référence.

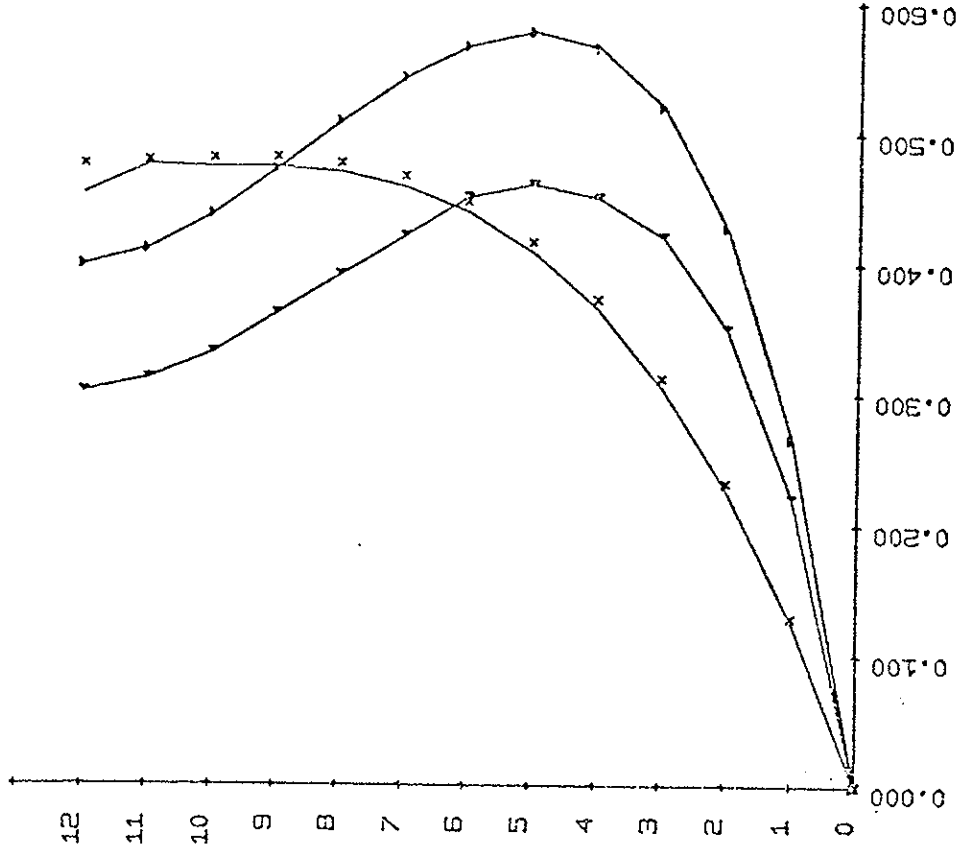
EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

x Méthode des matrices transferts;
 | Méthode de DESPEYROUX et GUILLOT;

— Méthode du portique équivalent;
 —x— Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY;

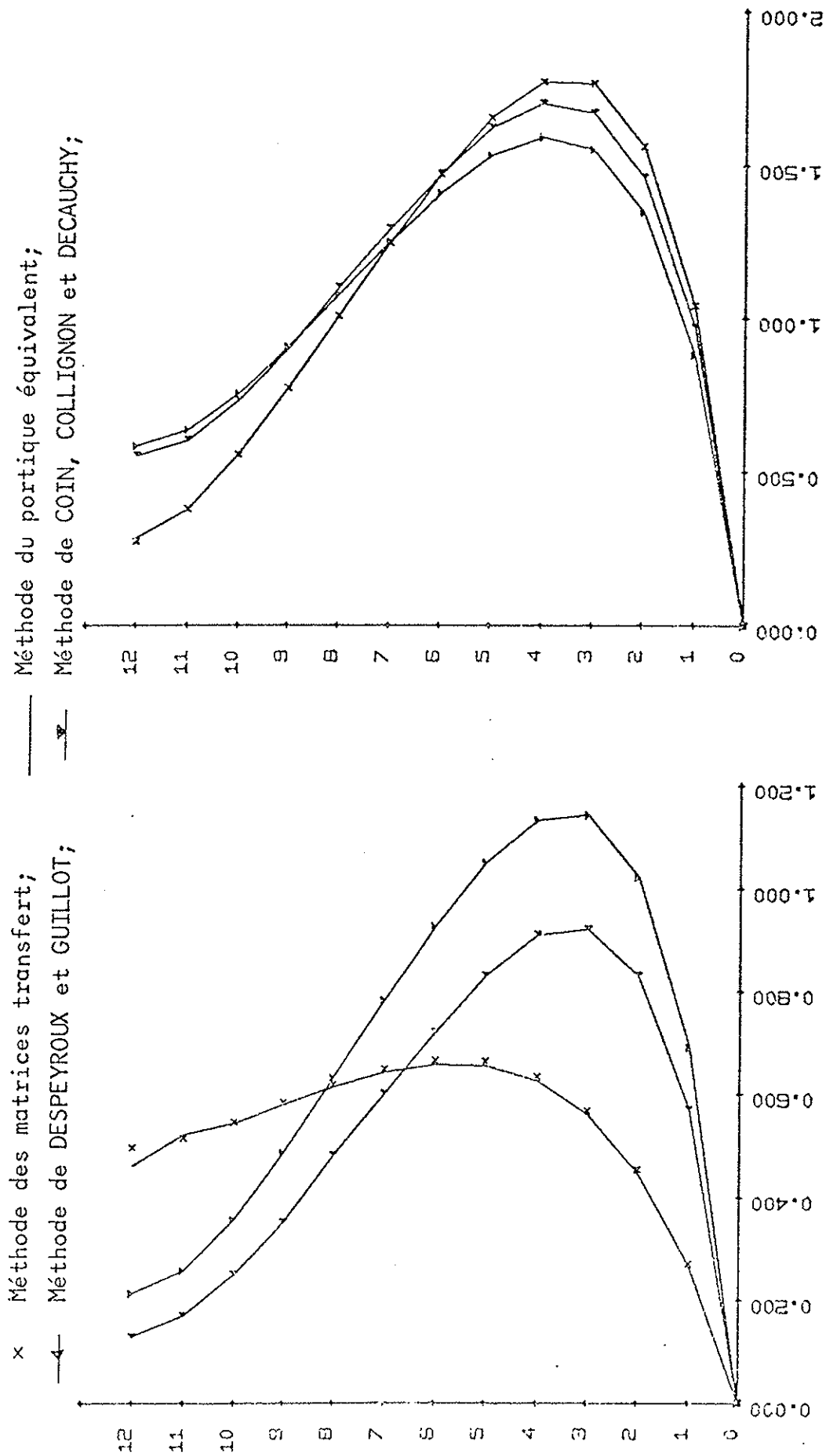


EFFORT TRANCHANT DANS LA FILE 01.



EFFORT TRANCHANT DANS LA FILE 02.

EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique



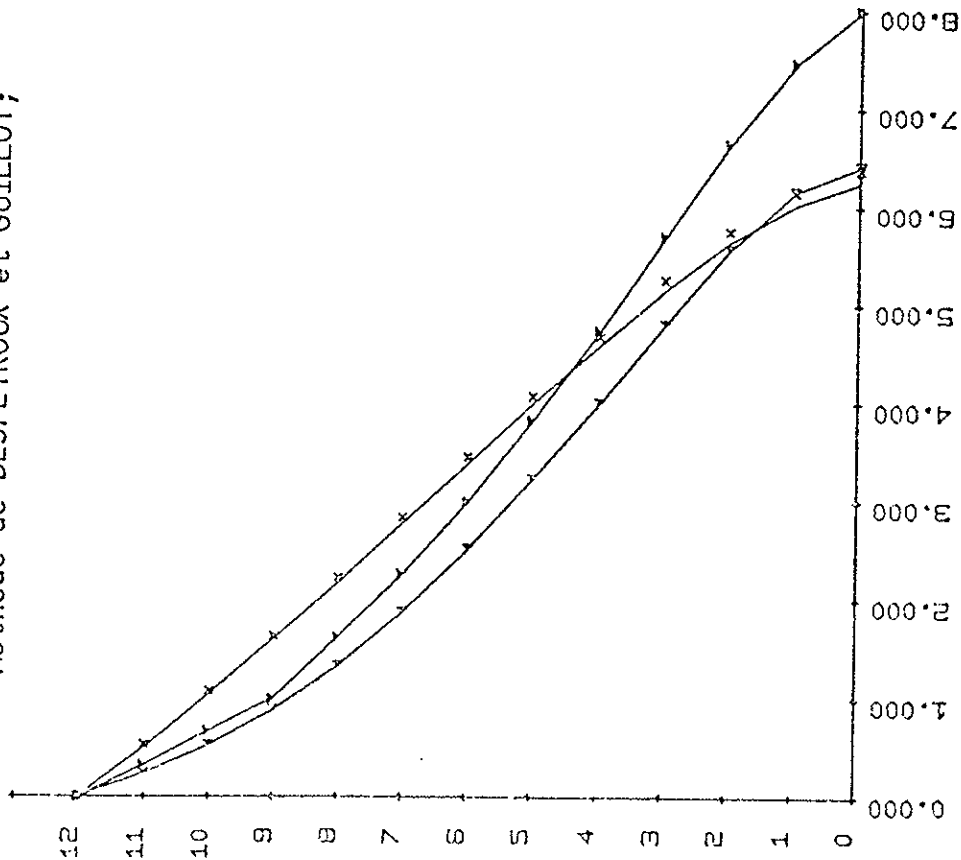
EFFORT TRANCHANT DANS LA FILE 03.

EFFORT TRANCHANT DANS LA FILE 04.

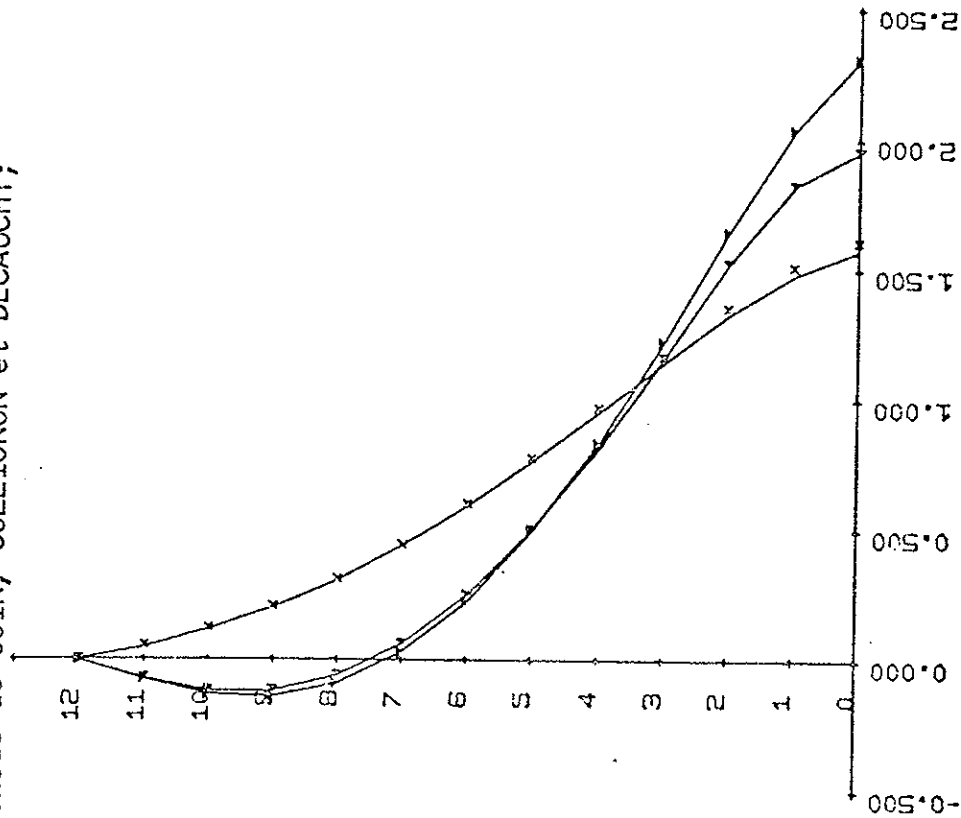
EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

x Méthode des matrices transfert;
 ← Méthode de DESPEYROUX et GUILLOT;

— Méthode du portique équivalent;
 -x- Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY;

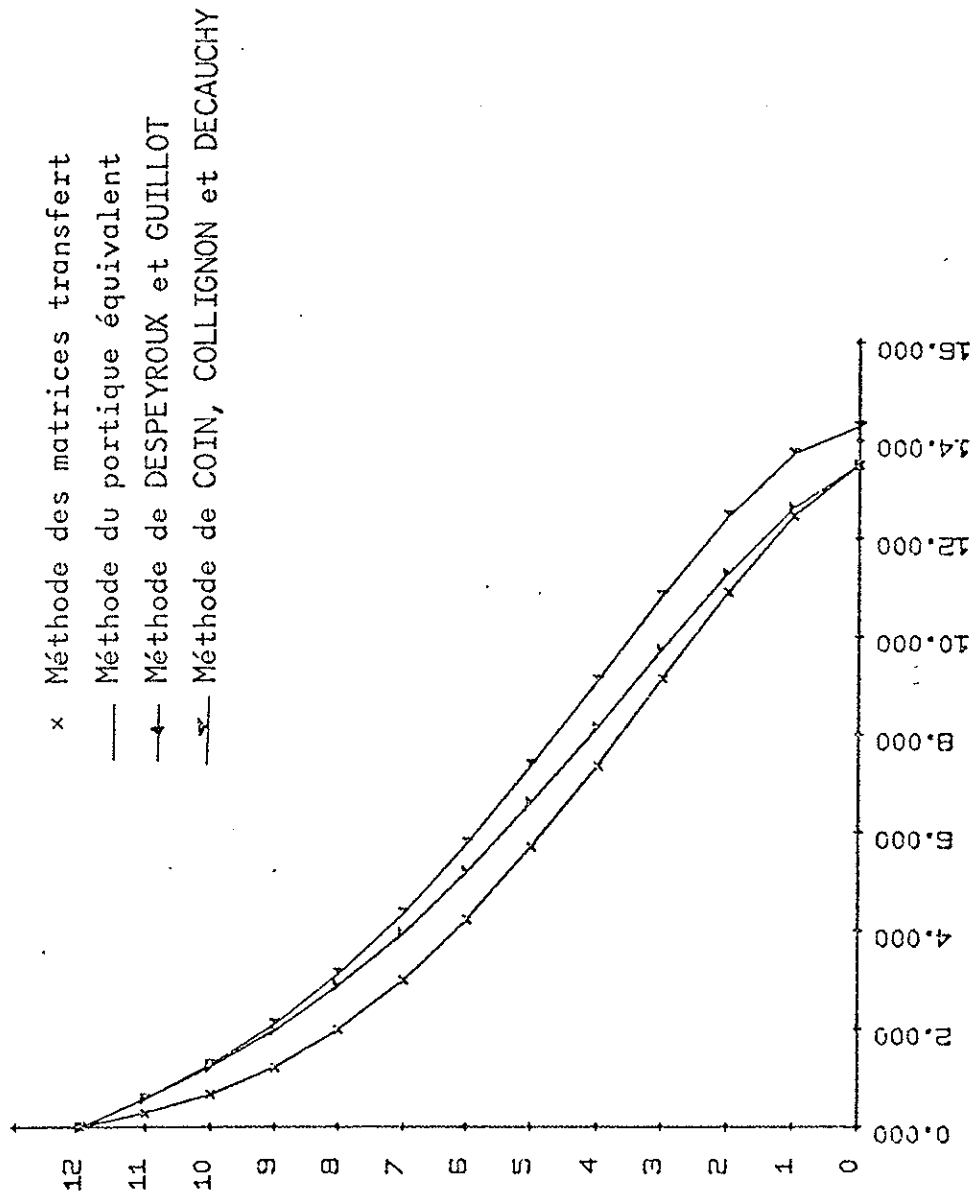


EFFORT NORMAL DANS LE TRUMEAU NO 03.



EFFORT NORMAL DANS LE TRUMEAU NO 04.

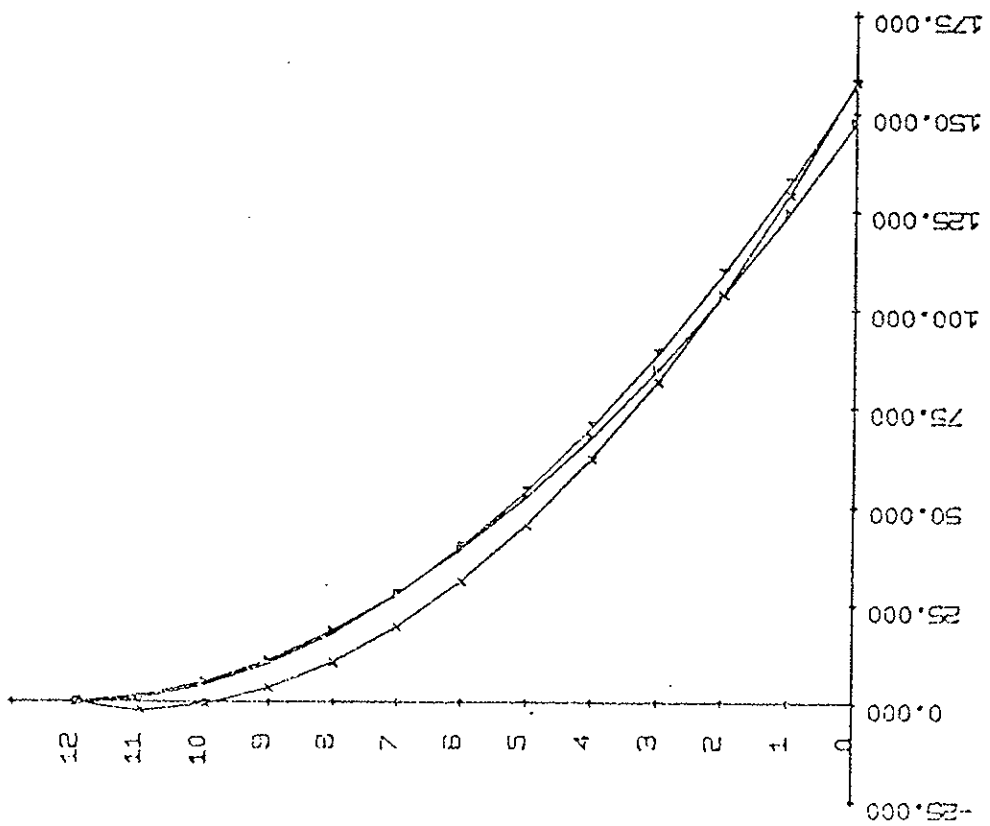
EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique



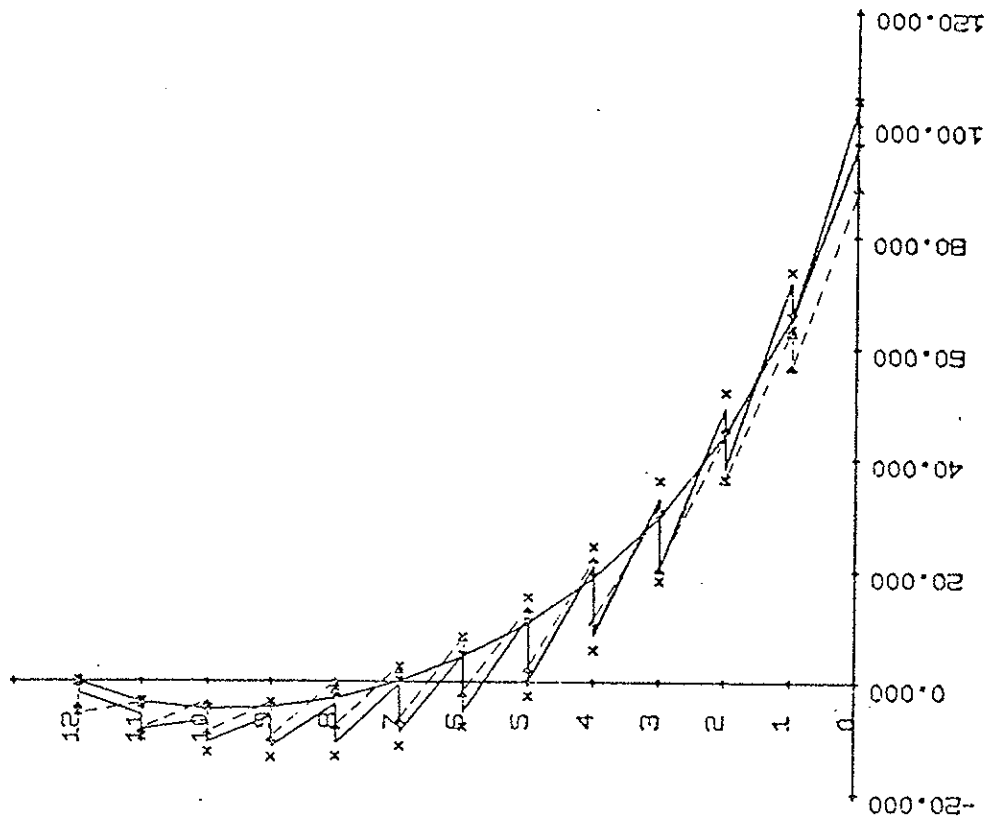
EFFORT NORMAL DANS LE TRUMEAU NO 07.

EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

- x Méthode des matrices transfert;
- Méthode de DESPEYROUX et GUILLOT;
- Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY;
- Méthode du portique équivalent;
- Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY;



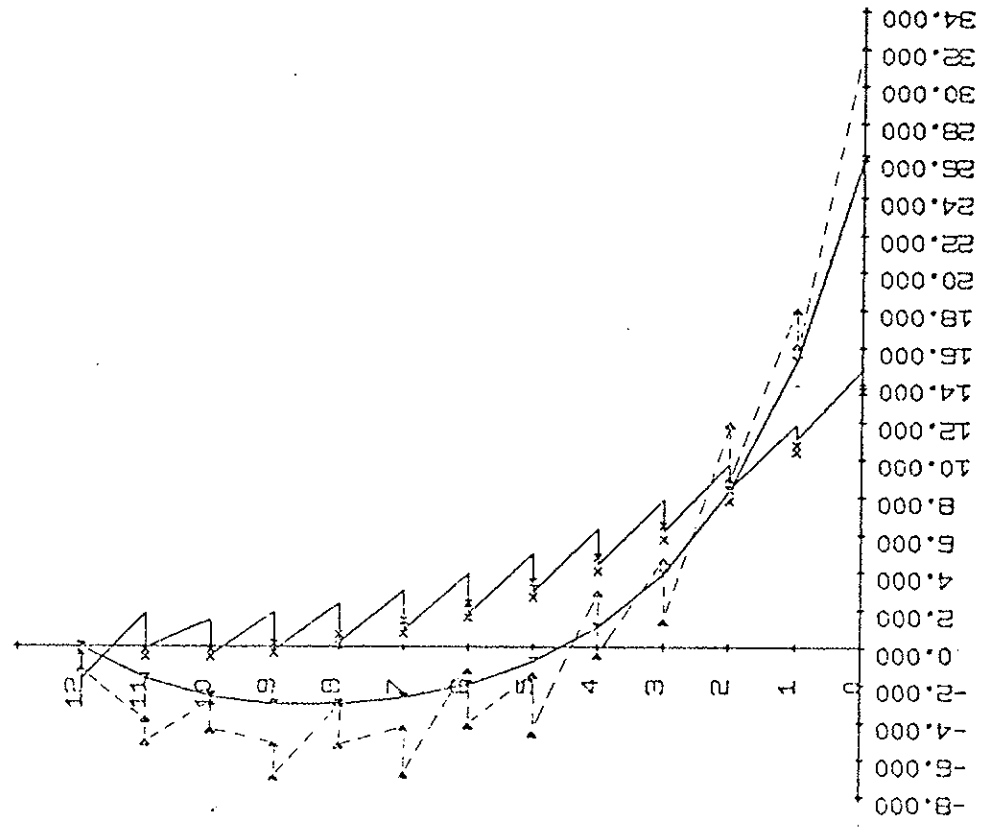
MOMENT DANS LE TRUMEAU NO 01.



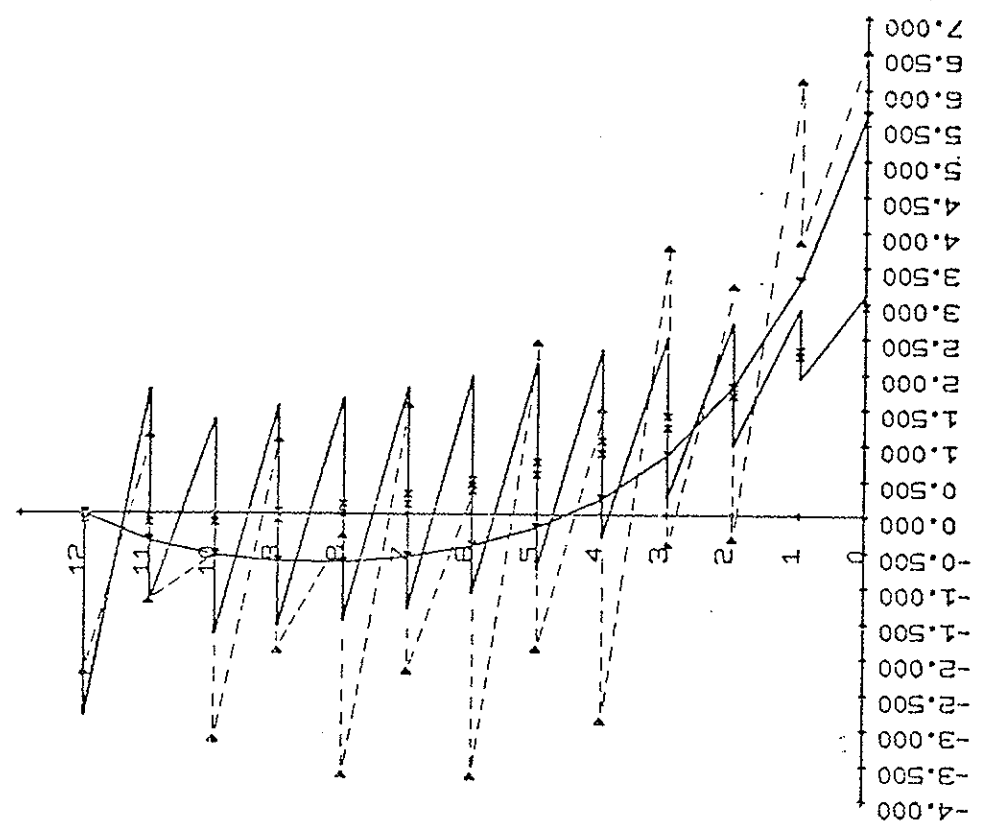
MOMENT DANS LE TRUMEAU NO 08.

EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

- x Méthode des matrices transfert;
- Méthode de DESPEYROUX et GUILLOT;
- Méthode du portique équivalent;
- - - Méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY;



MOMENT DANS LE TRUMEAU NO 03.



MOMENT DANS LE TRUMEAU NO 04.

Nous constatons que :

- La méthode de COIN, COLLIGNON et DECAUCHY donne par rapport à la méthode du portique équivalent, des écarts atteignant
 - plus de 100 % : Moment en pied trumeaux 3 et 4
 - 50 à 60 % : Maximum de l'effort tranchant dans les files 1 et 3
 - 30 à 50 % : Effort normal en pied dans les trumeaux 4, 5 et 6.

- La méthode de DESPEYROUX et GUILLOT donne des écarts atteignant :
 - 100 % : Moment en pied trumeaux 3 et 4
 - 30 % : Maximum de l'effort tranchant dans les files 1 et 3
 - 25 % : Effort normal en pied des trumeaux 4 et 6.

- La méthode par matrices transfert donne des résultats très proches de ceux de la méthode du portique équivalent pour les efforts tranchants maxi dans les linteaux et les efforts normaux dans les trumeaux (moins de 2 % d'écart). Les valeurs moyennes des moments dans les trumeaux à chaque étage sont elles aussi assez bien approximées (moins de 1 % pour les trumeaux 1 et 8, 5 % pour le trumeau 4, 9 % pour le trumeau 3. Les écarts plus importants pour les trumeaux 3, 4, 5 et 6 s'expliquent par le fait que, dans la méthode du portique équivalent, la charge extérieure a été appliquée sur le trumeau 3, ce qui perturbe les valeurs des moments de ce trumeau et de ceux qui lui font suite).

Les sauts de moment à chaque étage sont par contre moins bien approchés Ceci tient au fait que la méthode de calcul par matrice transfert impose aux trumeaux de garder à tout niveau des distances horizontales mutuelles constantes. La méthode du portique équivalent permet au contraire entre chaque étage des déplacements horizontaux relatifs des trumeaux, qui sont de légères ondulations autour de la déformée moyenne donnée par le calcul par matrices transfert. Les moments étant, dans cette dernière méthode, déduits des dérivées secondes des déplacements horizontaux, on comprend pourquoi les sauts de moments sont inéxacts.

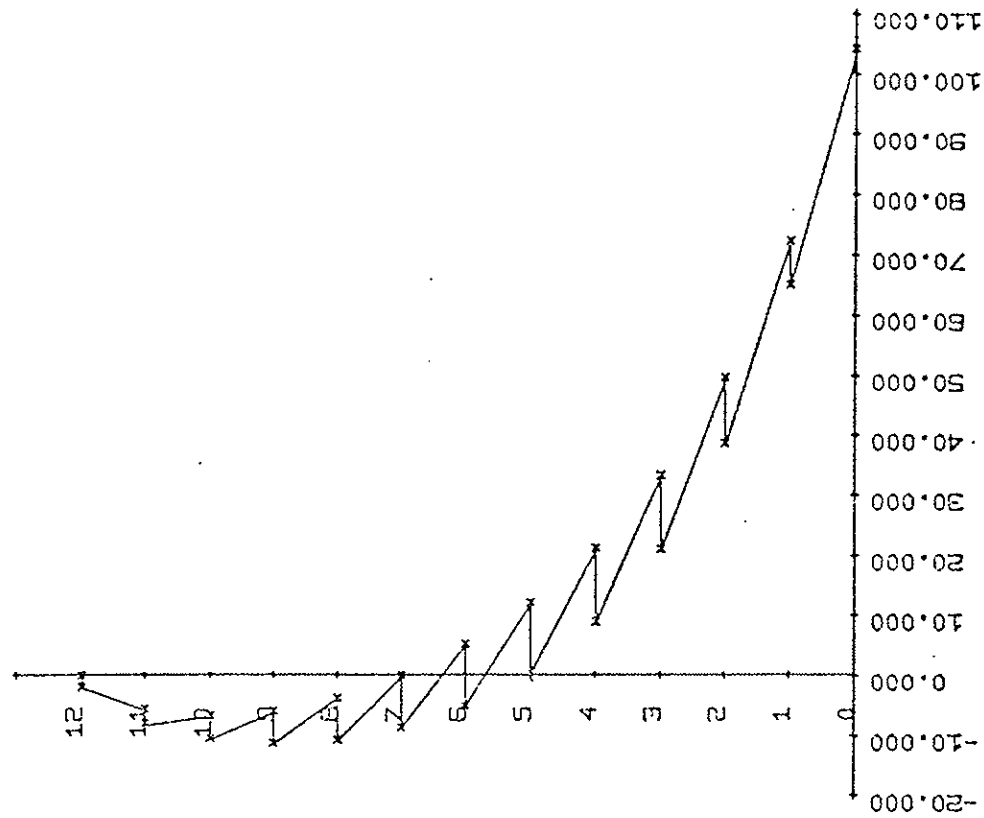
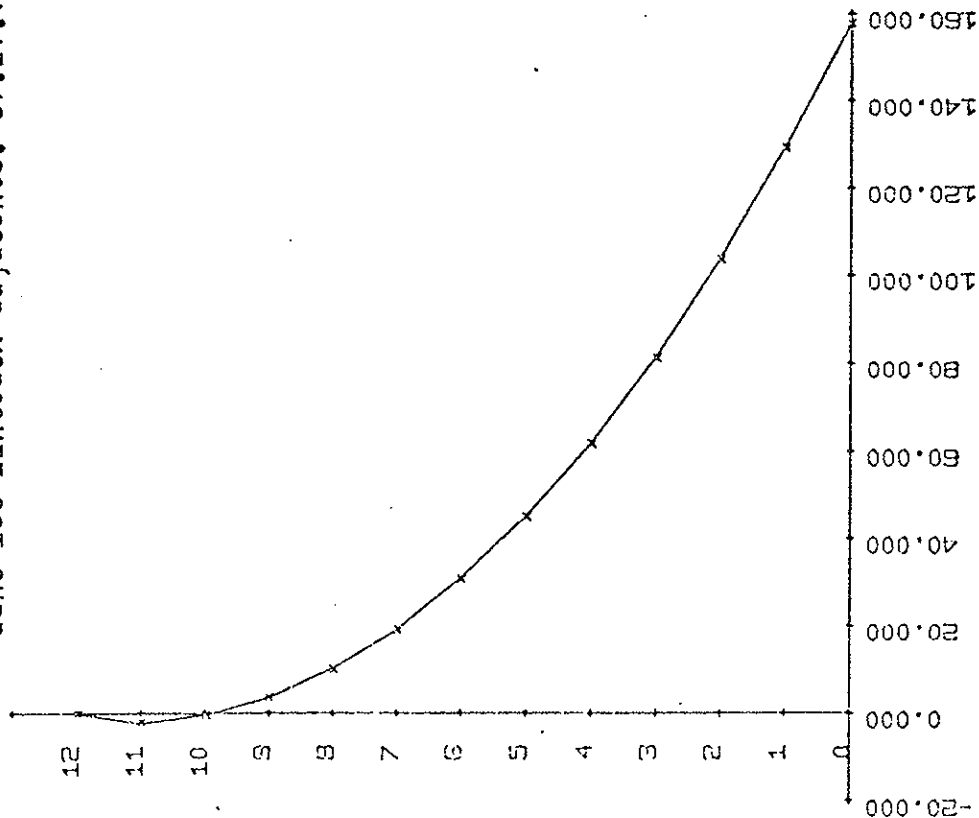
Pour retrouver une bonne précision, il est donc préférable de calculer directement ces sauts de moments à partir des efforts tranchants dans les linteaux.

Les courbes des deux pages suivantes donnent les valeurs corrigées des moments des trumeaux 1, 3, 4 et 8.

EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

— Méthode du portique équivalent

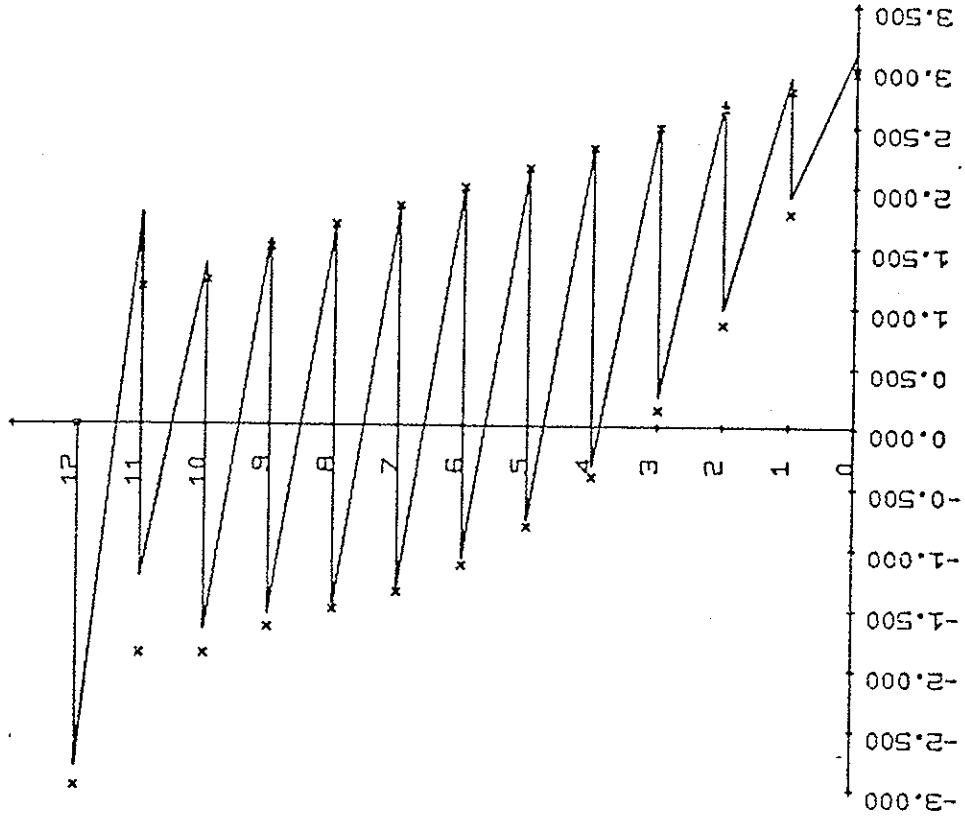
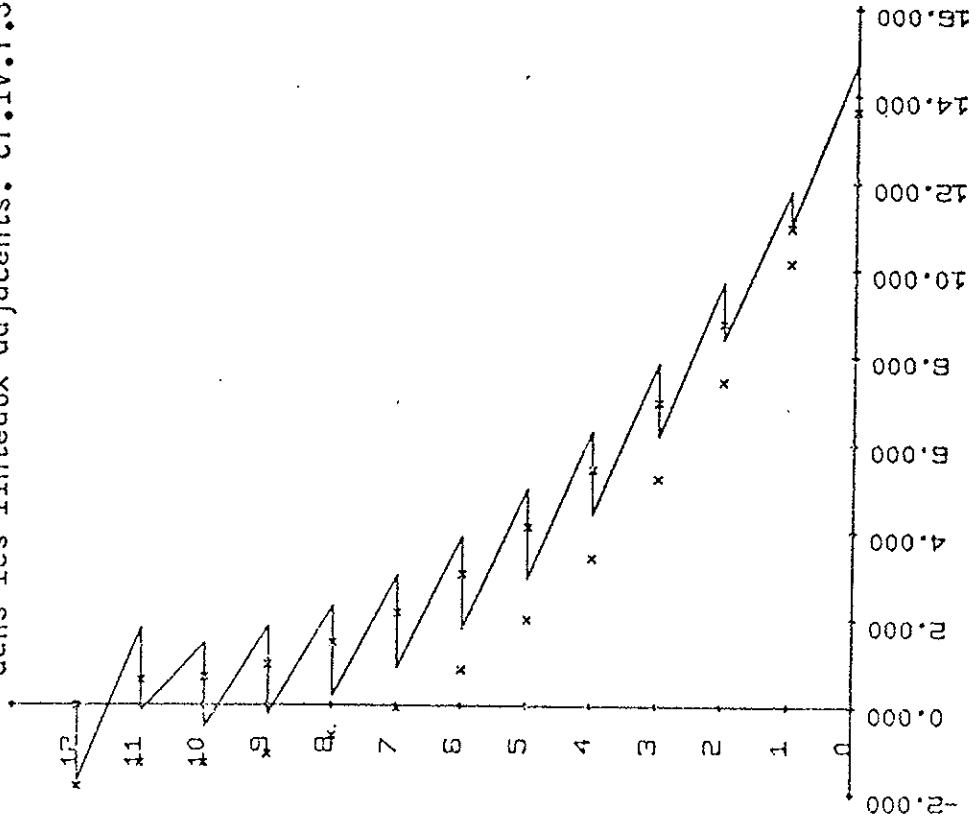
x Méthode des matrices transfert, avec correction des sauts de moment.
 (Les sauts de moment sont calculés à partir des efforts tranchants dans les linteaux adjacents. cf.IV.1.3.)



EXEMPLE 1 : Immeuble régulier non symétrique

— Méthode du portique équivalent

x Méthode des matrices transfert, avec correction des sauts de moment.
 (les sauts de moment sont calculés à partir des efforts tranchants dans les linteaux adjacents. cf. IV.1.3.)



MOMENTS CORRIGES. TRUMEAU 3 (T.M.)

MOMENTS CORRIGES. TRUMEAU 4 (T.M.)

IV.2. - Exemple 2 : Immeuble présentant des discontinuités.
Fondations rigides et fondations élastiques.

IV.2.1. - Généralités

L'immeuble de 10 étages étudié ici présente une discontinuité de section au 6ème étage, avec changement de ligne moyenne pour les trumeaux. Les caractéristiques des linteaux varient elles aussi à partir du 6ème étage.

Nous étudierons le cas où les fondations sont rigides, puis le cas où elles sont élastiques.

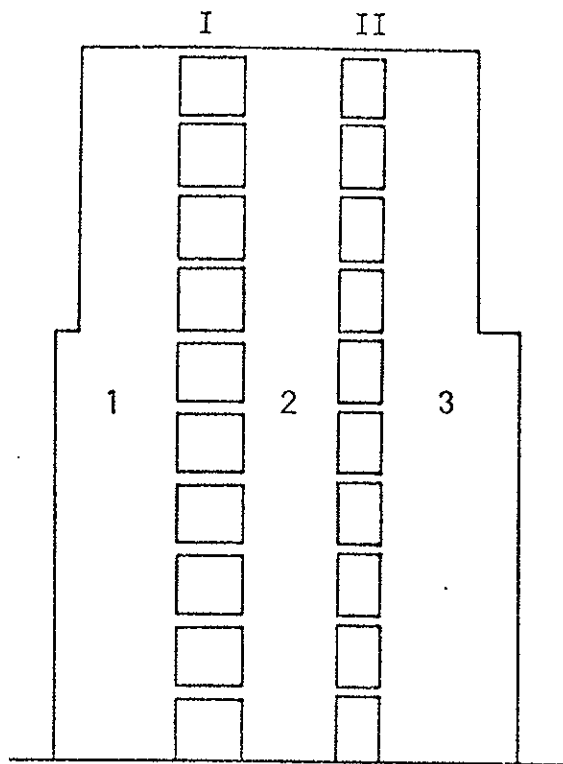
Ce type de problème sort du domaine d'application des méthodes de Messieurs COIN, COLLIGNON et DECAUCHY et de Messieurs DESPEYROUX et GUILLOT. Nous ne disposerons donc que de la méthode du portique équivalent pour faire les comparaisons.

IV.2.2. - Description sommaire de l'immeuble

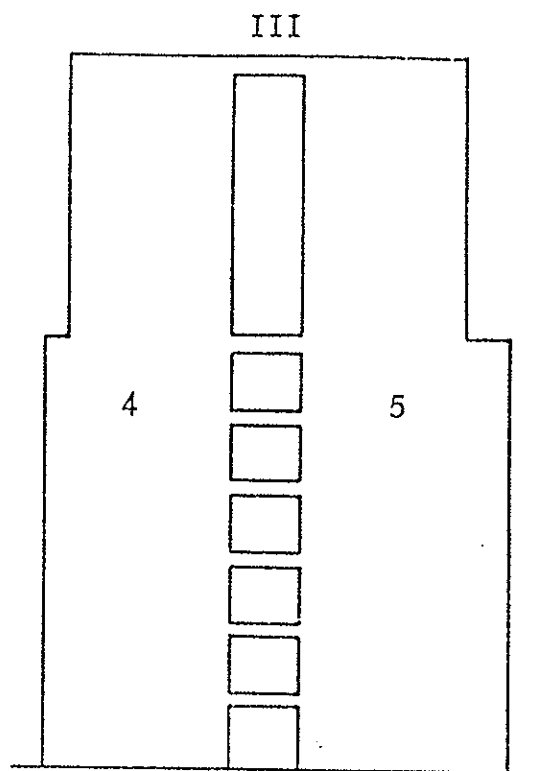
- 3 plans de contreventement parallèles
- 10 étages de 3 m
- 8 trumeaux numérotés de 1 à 8
- 5 files d'ouvertures numérotées de I à V
- Epaisseur uniforme des refends : 20 cm
- $E = 1\ 600\ 000\ \text{T/m}^2$ $G = 800\ 000\ \text{T/m}^2$

Files de linteaux	Etages 1 à 6		Etages 7 à 10	
	L(m)	I(m ⁴)	L(m)	I(m ⁴)
I	3.00	0.003	3.00	0.002
II	2.00	0.002	2.00	0.002
IV	2.00	0.002	2.00	0.002
V	2.00	0.002	2.00	0.002

élévations

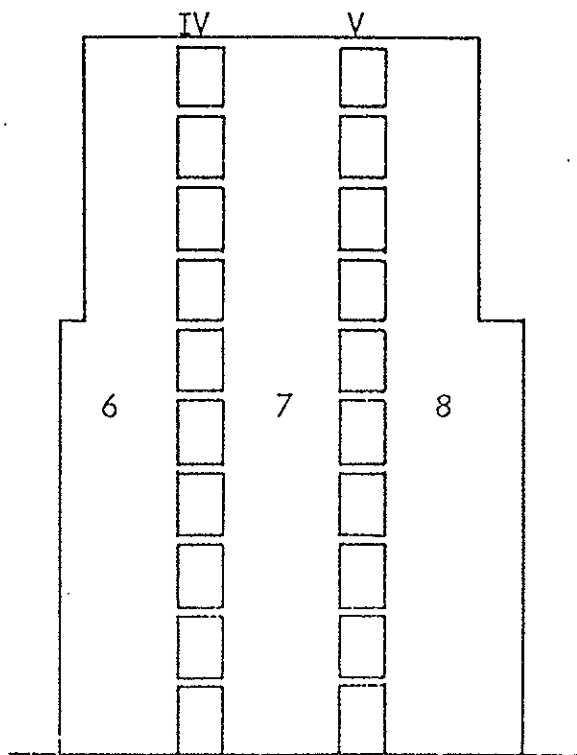


plan de contreventement 1



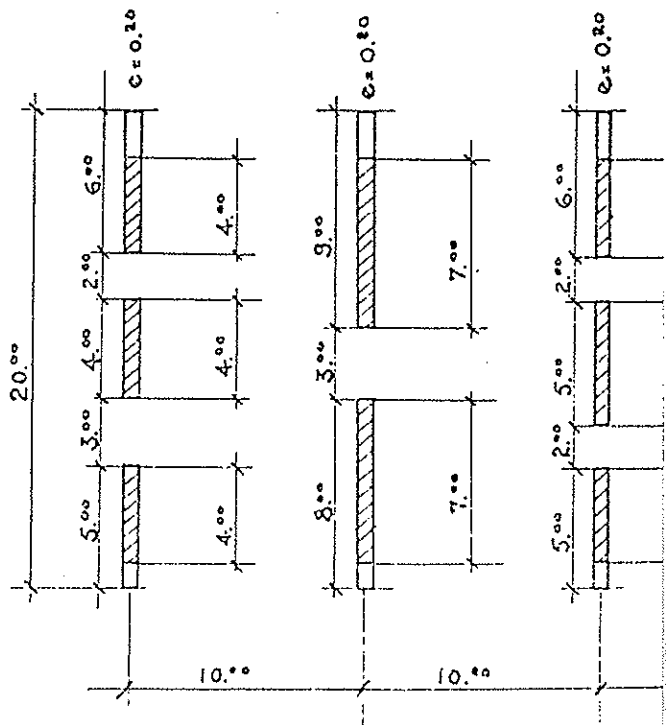
plan de contreventement 2

élévation



plan de contreventement 3

vue en plan



File de linteaux III	:	$L = 3.00 \text{ m}$
Etages 1 à 5	:	$I = 0.005 \text{ m}^4$
Etage 6	:	$I = 0.010 \text{ m}^4$
Etages 7 à 9	:	Pas de linteaux
Etage 10	:	$I = 0.010 \text{ m}^4$

Chargement extérieur :

Charge trapézoïdale dans le plan moyen du plan de contreventement médian

$$q_0 = 6 \text{ T/ml} \qquad q_{30} = 12 \text{ T/ml}$$

Fondations élastiques :

Après avoir étudié le cas où les trumeaux sont parfaitement encastés en pied, nous introduirons un système de fondation élastique : chaque trumeau sera fondé sur une semelle indépendante, de longueur égale à la largeur du trumeau et de largeur 1 m.

Le coefficient de réaction du sol sera $k = 5\,000 \text{ T/m}^3$.

IV.2.3. - Comparaison des résultats

Les courbes des pages ci-après donnent les valeurs à chaque étage des quantités suivantes, calculées par la méthode des matrices transfert et la méthode du portique équivalent dans le cas des fondations rigides, puis dans le cas des fondations élastiques :

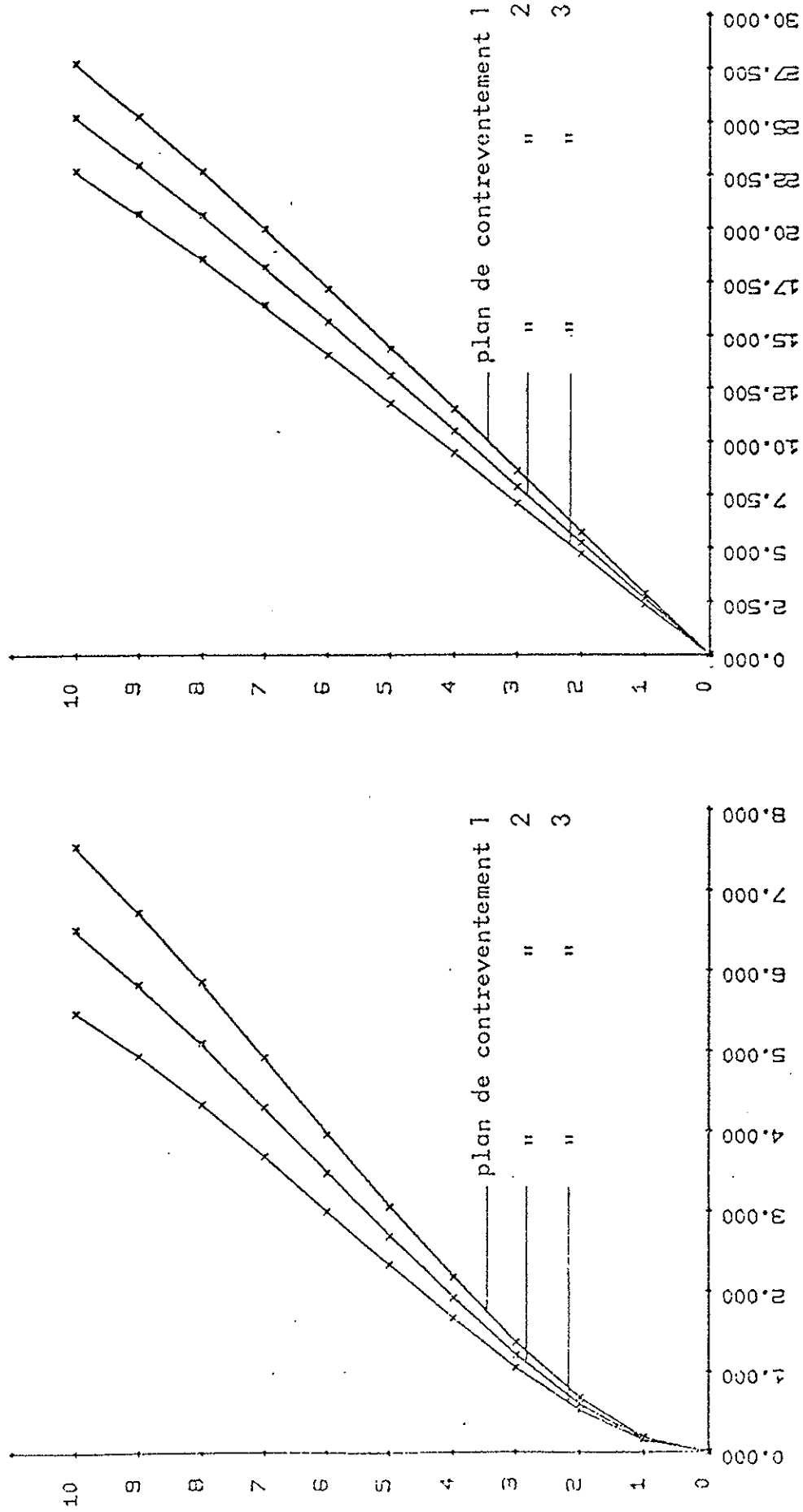
- Déplacements horizontaux de chaque plan de contreventement
- Efforts tranchants dans les files de linteaux
- Effort normal dans les trumeaux
- Moments dans les trumeaux (les sauts de moment à chaque étage sont calculés à partir des valeurs des efforts tranchants dans les linteaux adjacents : cf. IV.1.3.).

Nous pouvons constater la très bonne concordance des résultats donnés par les deux méthodes (écarts relatifs la plupart du temps inférieurs à 2 ou 3 %).

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités

× Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent;

× Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent;



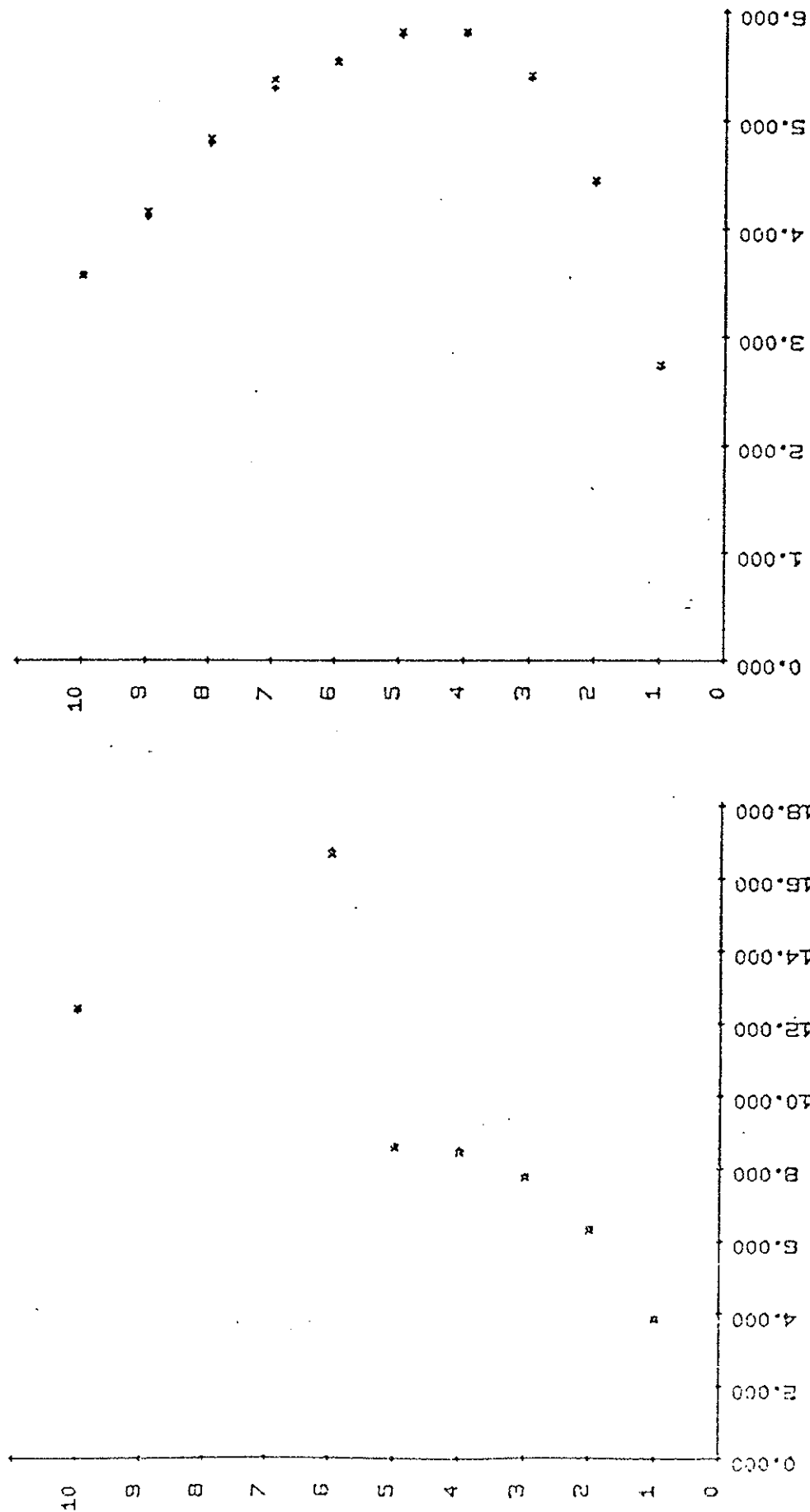
a) Fondations rigides

b) Fondations élastiques

DEFORMEES HORIZONTALES (MM) .

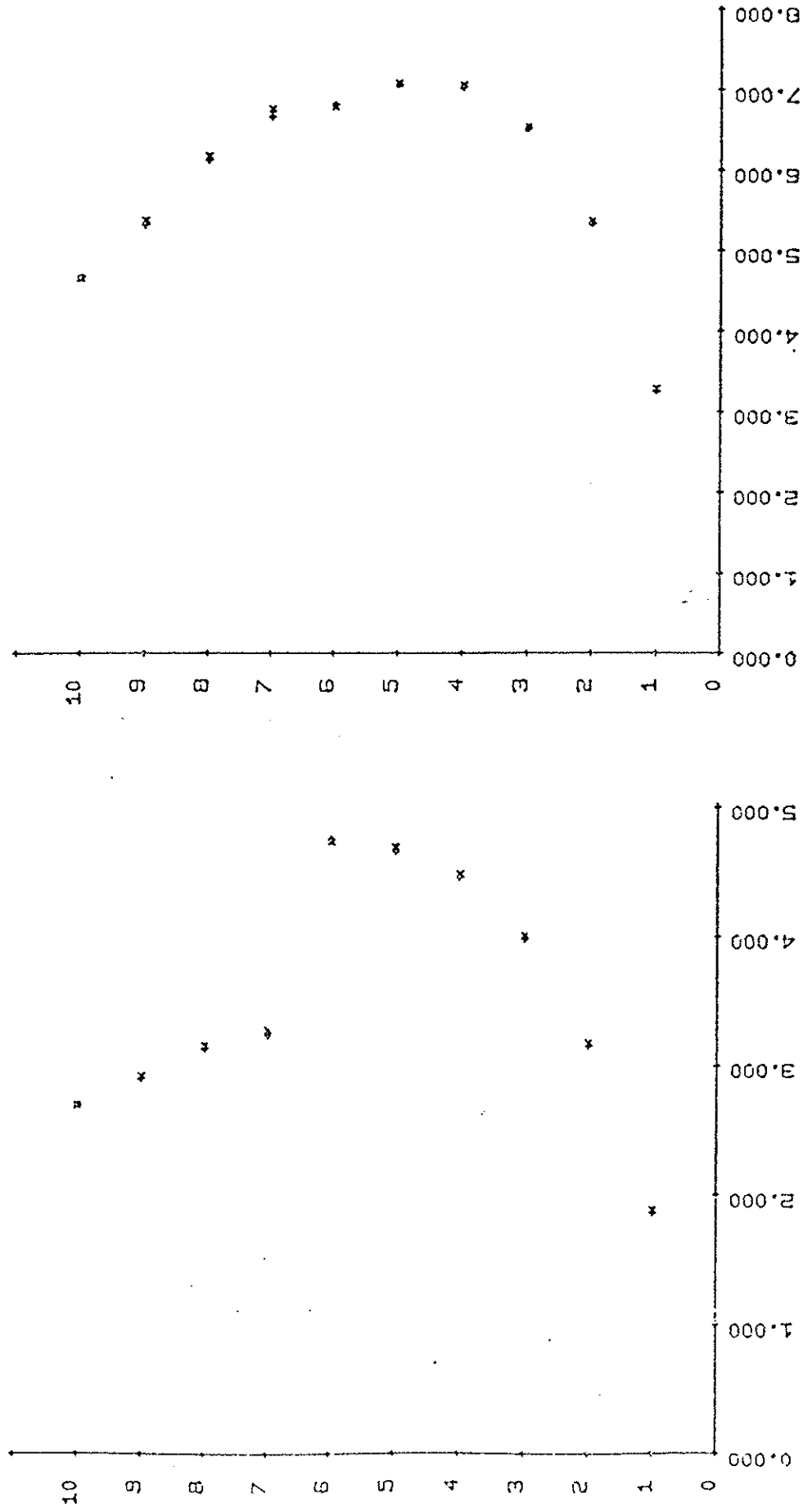
EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

x Méthode des matrices transfert; + Méthode du portique équivalent;



EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

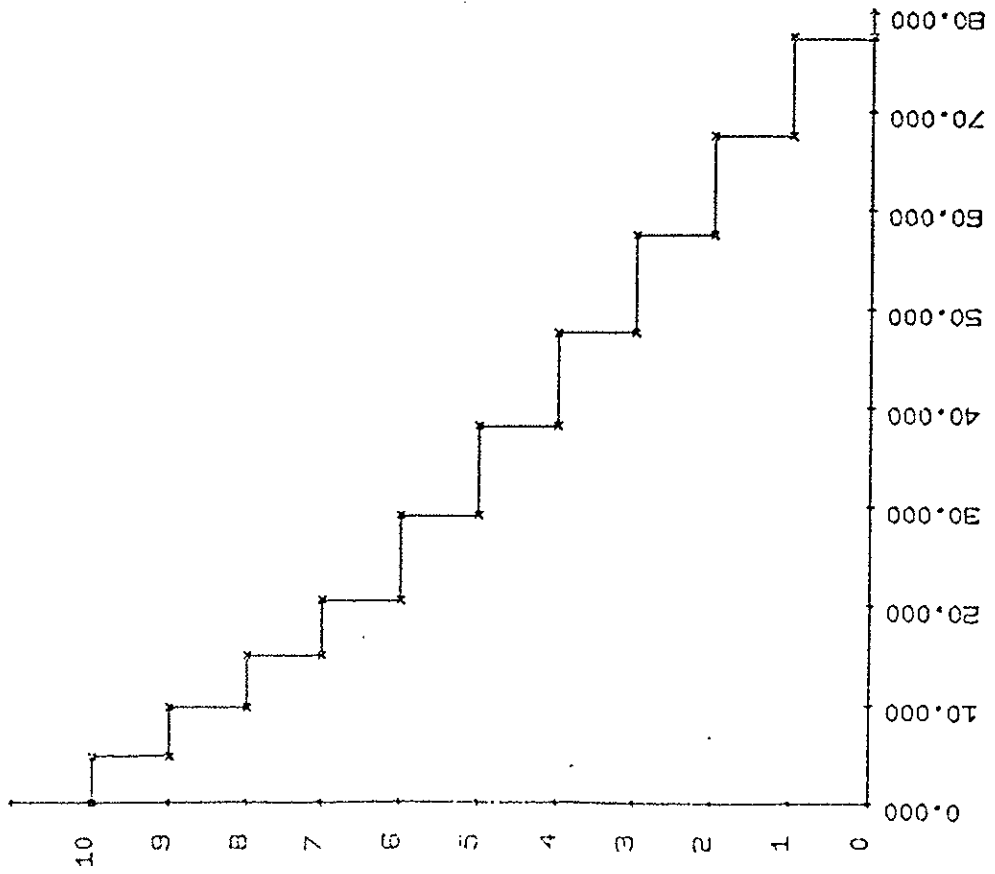
x Méthode des matrices transferts; + Méthode du portique équivalent;



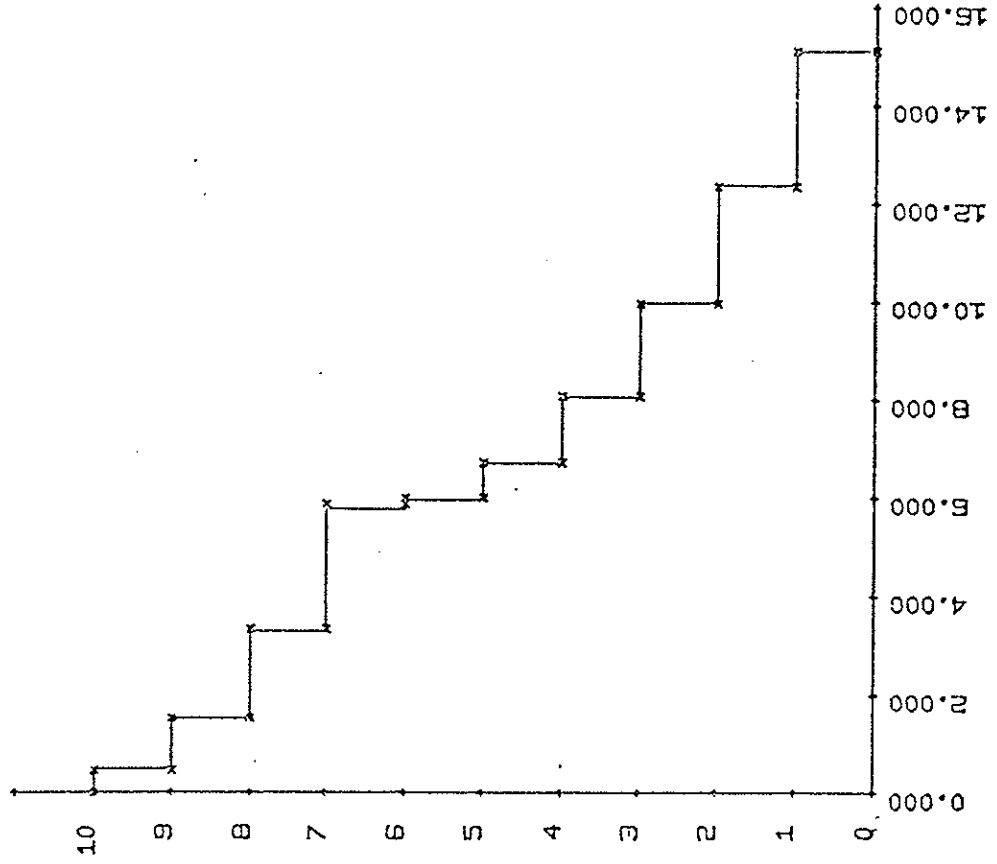
EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

x Méthode des matrices transfert;

— Méthode du portique équivalent;



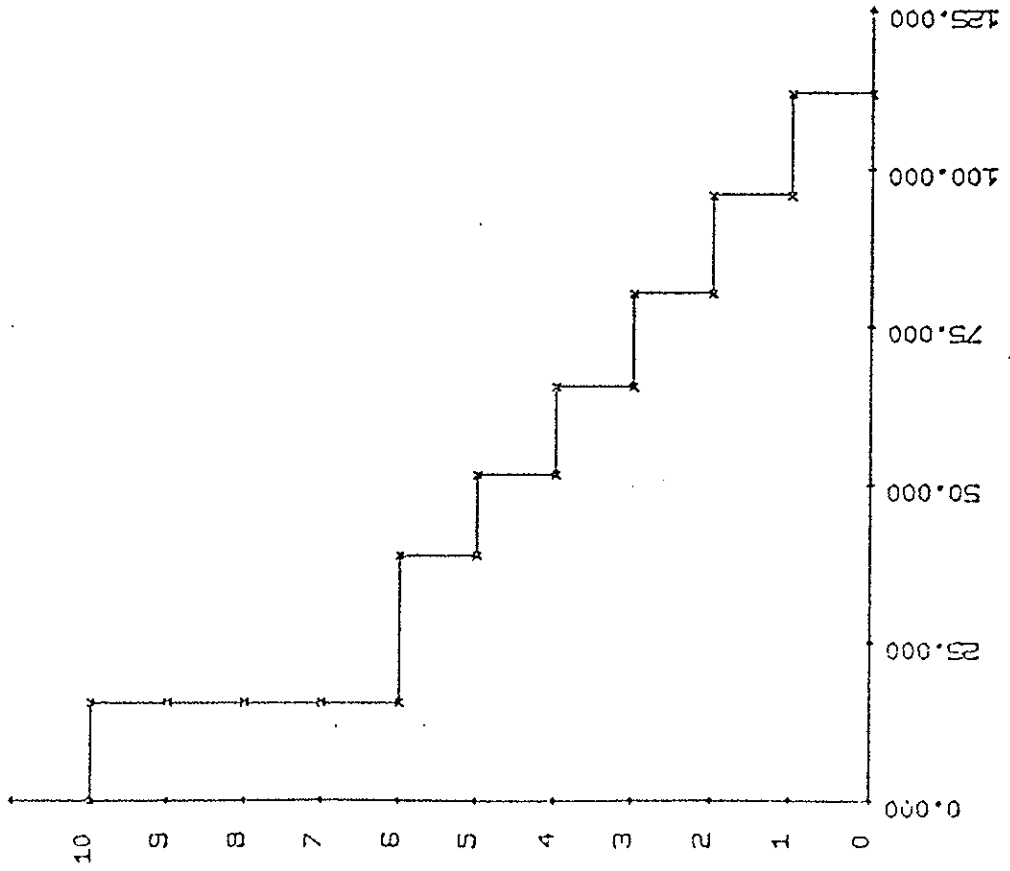
EFFORT NORMAL (T) . TRUMEAU 1.



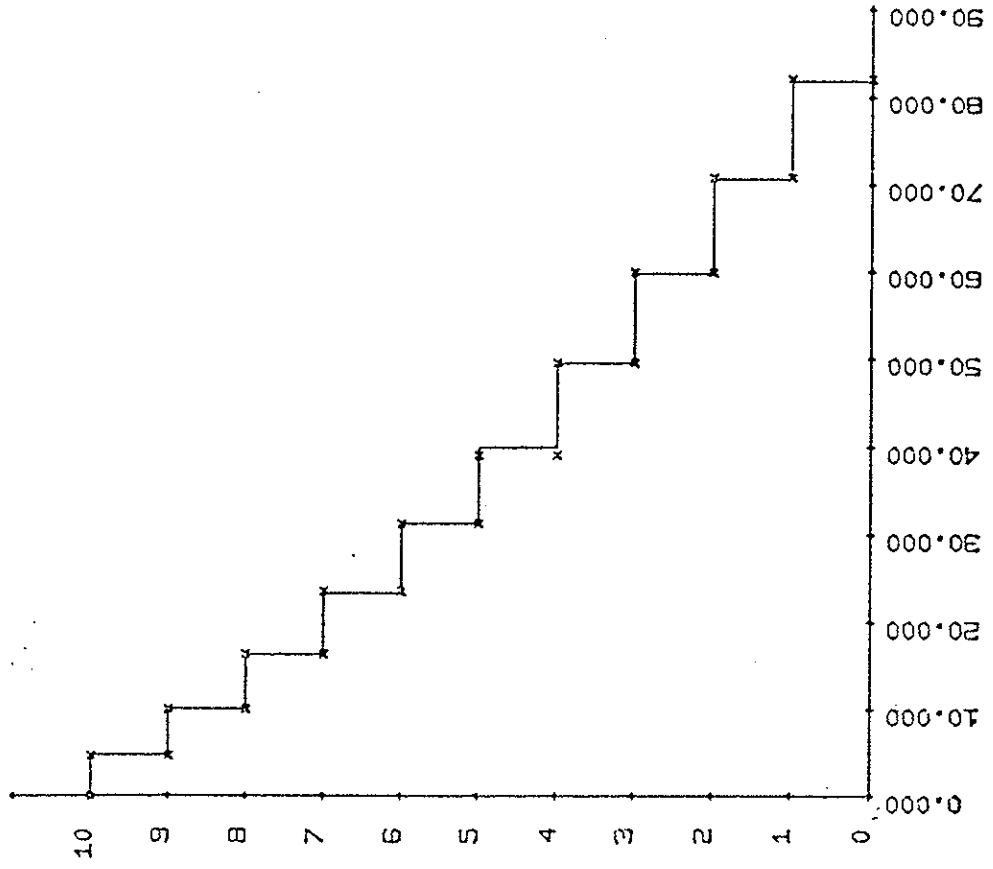
EFFORT NORMAL (T) . TRUMEAU 2.

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

x Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent;



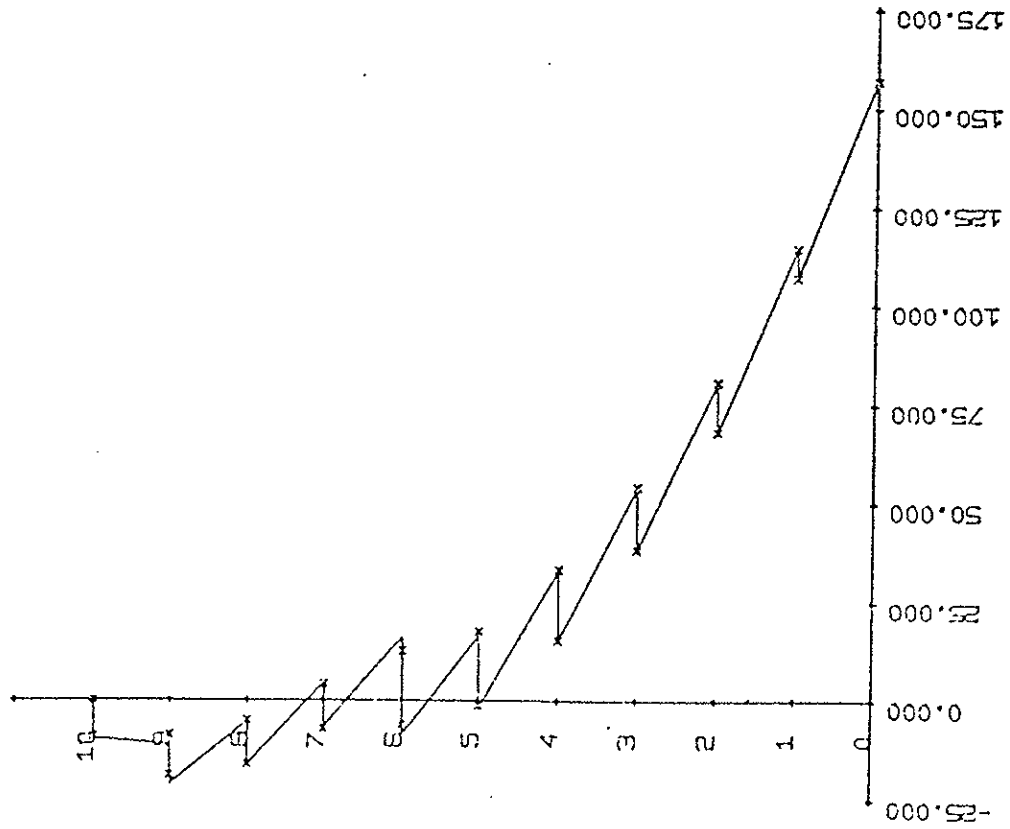
EFFORT NORMAL (T) . TRUMEAU 4.



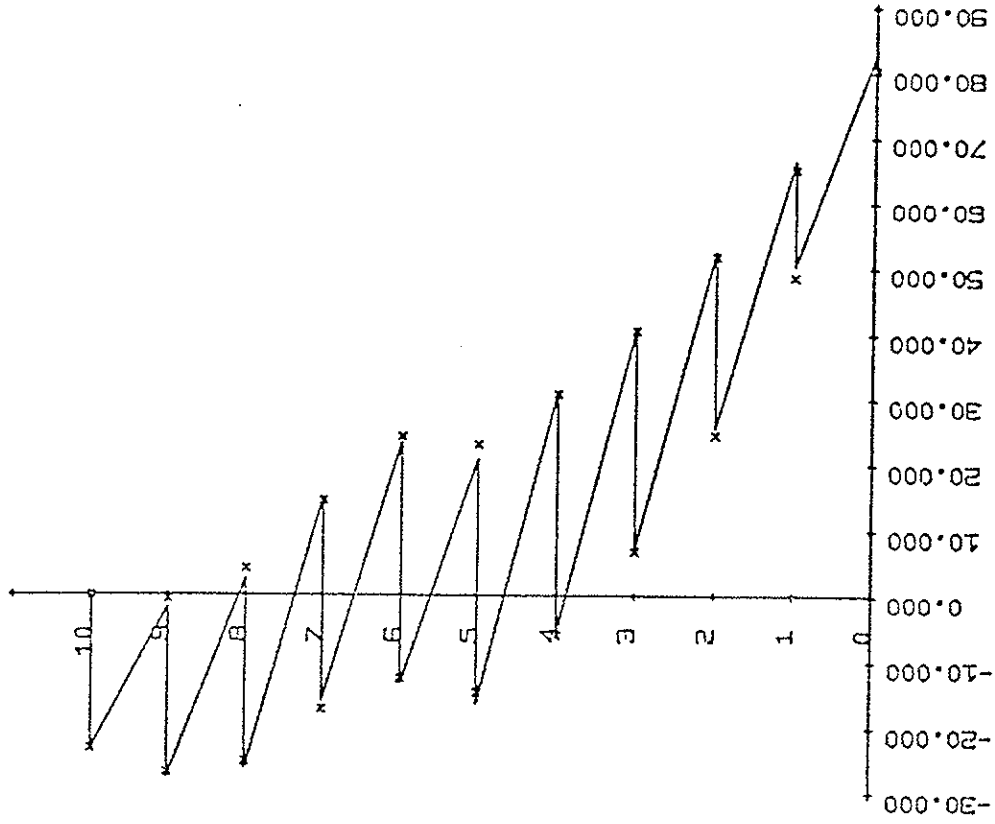
EFFORT NORMAL (T) . TRUMEAU 6.

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

x Méthode des matrices transferts; — Méthode du portique équivalent;
 (sauts de moment corrigés.cf.IV.1.3)



MOMENTS DANS LE TRUMEAU 1 (T.M.)

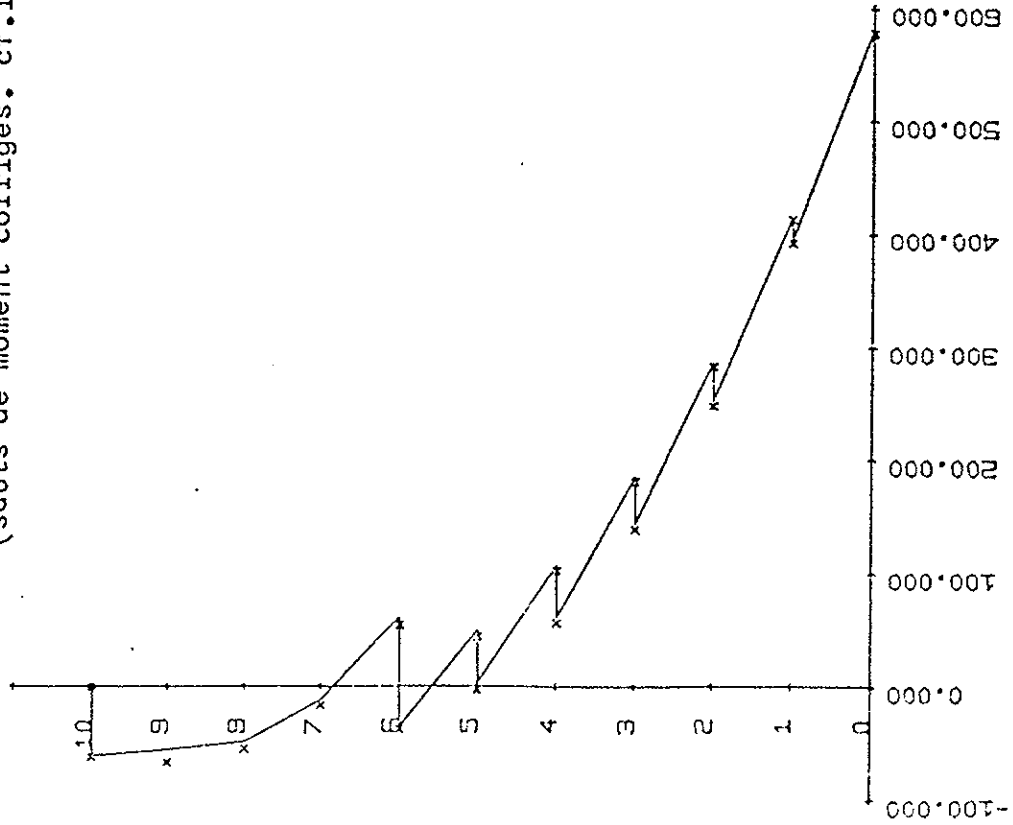


MOMENTS DANS LE TRUMEAU 2 (T.M.)

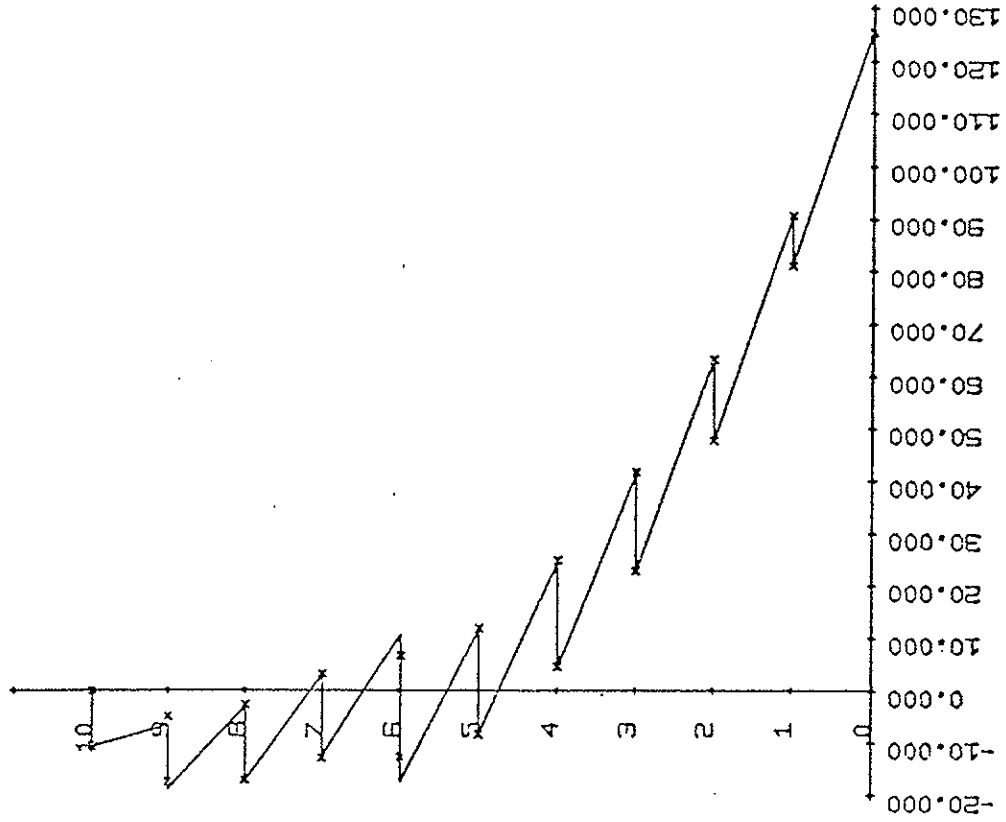
EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations rigides

* Méthode des matrices transferts;
(sauts de moment corrigés. cf.IV.1.3)

— Méthode du portique équivalent



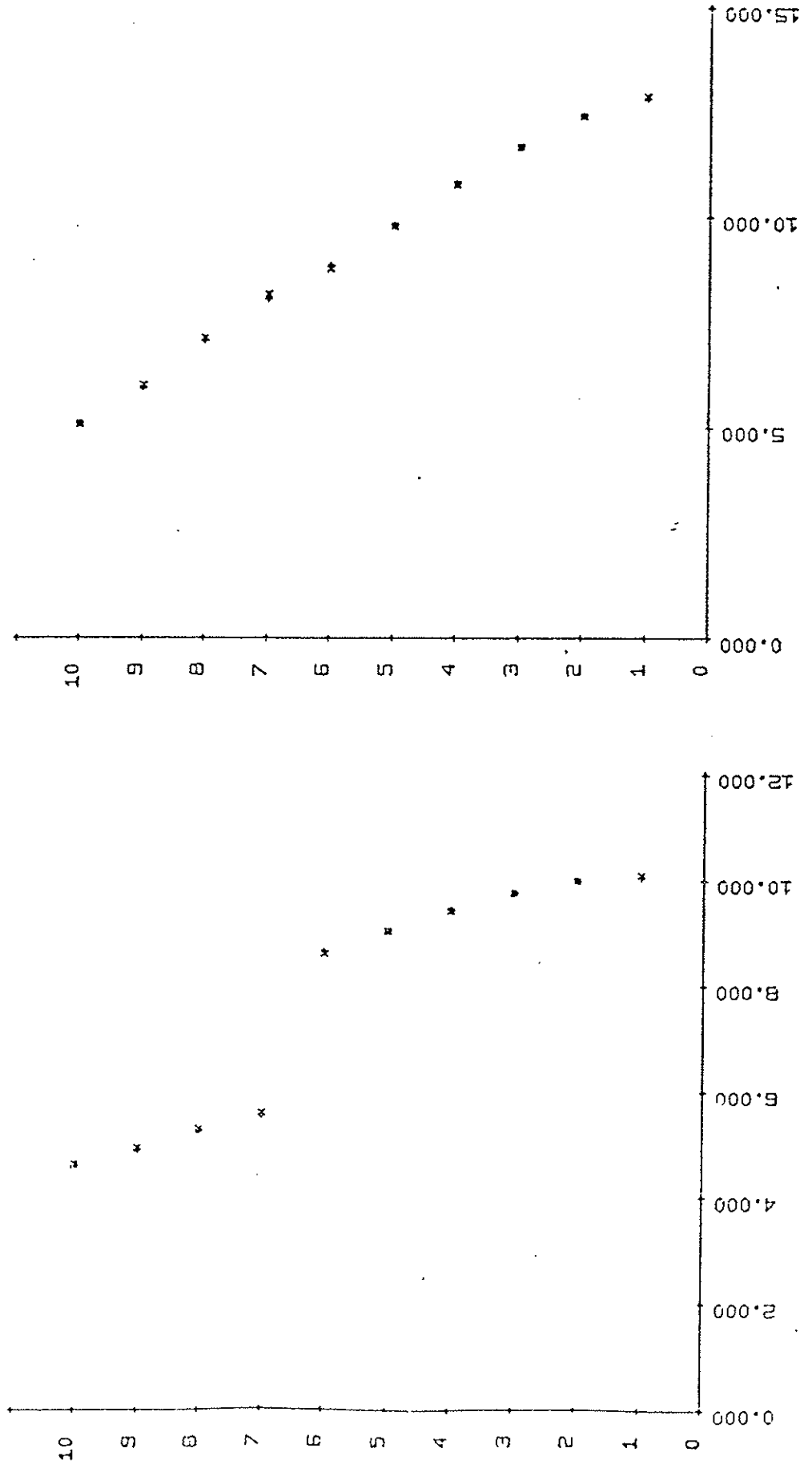
MOMENTS DANS LE TRUMEAU 4 (T.M.)



MOMENTS DANS LE TRUMEAU 6 (T.M.)

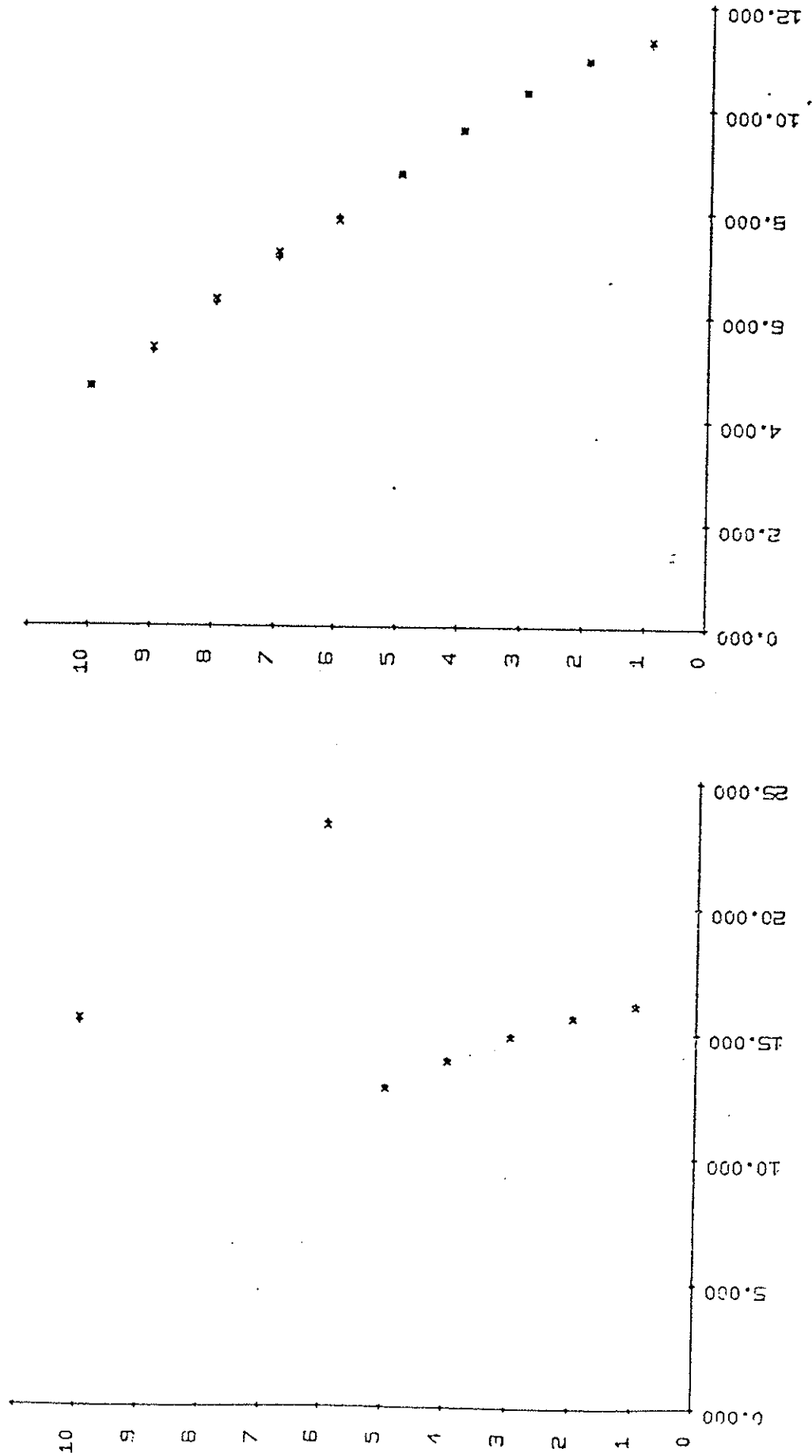
EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

* Méthode des matrices transfert; + Méthode du portique équivalent;



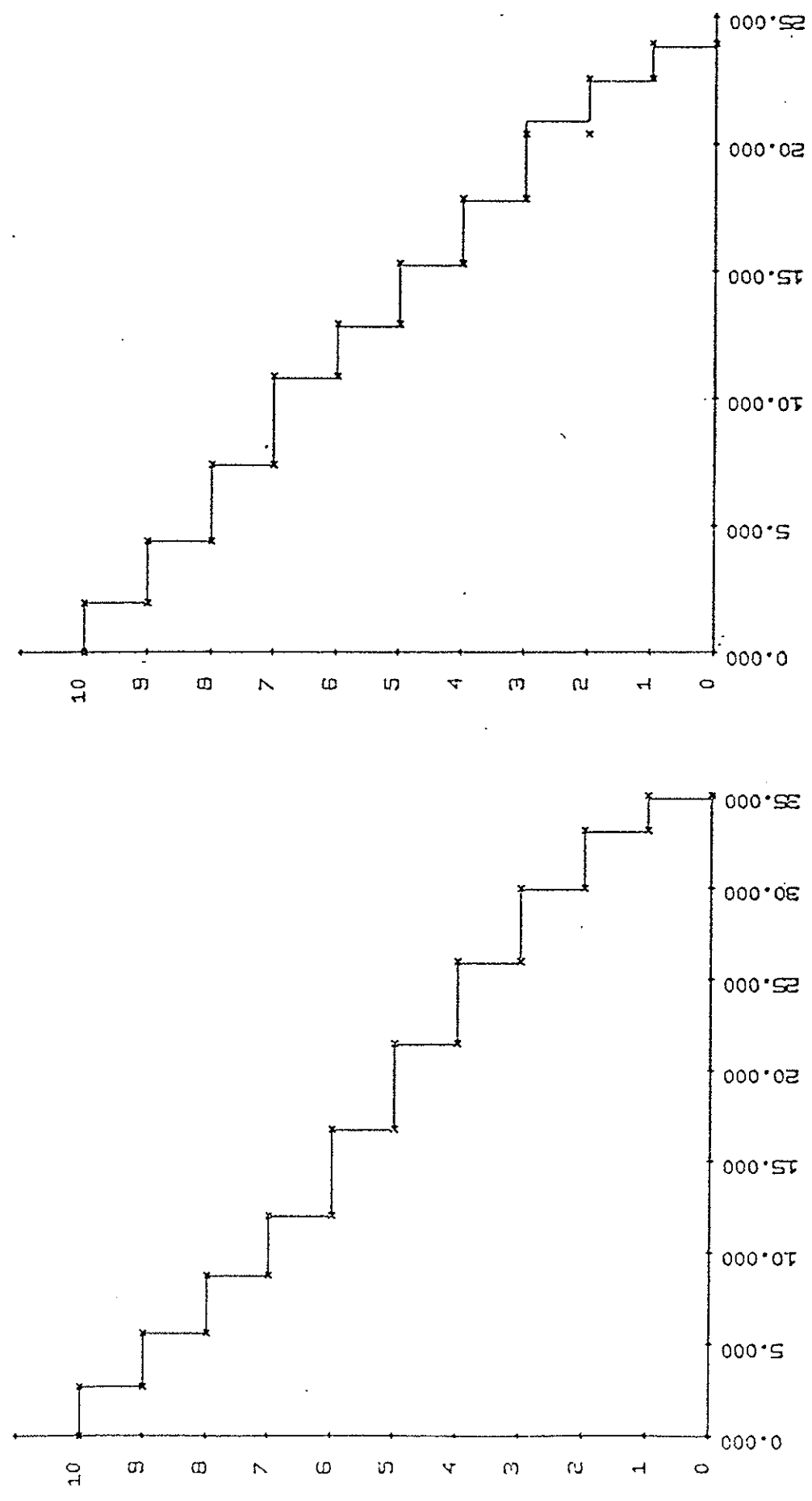
EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

x * Méthode des matrices transfert; + Méthode du portique équivalent;



EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

x Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent;

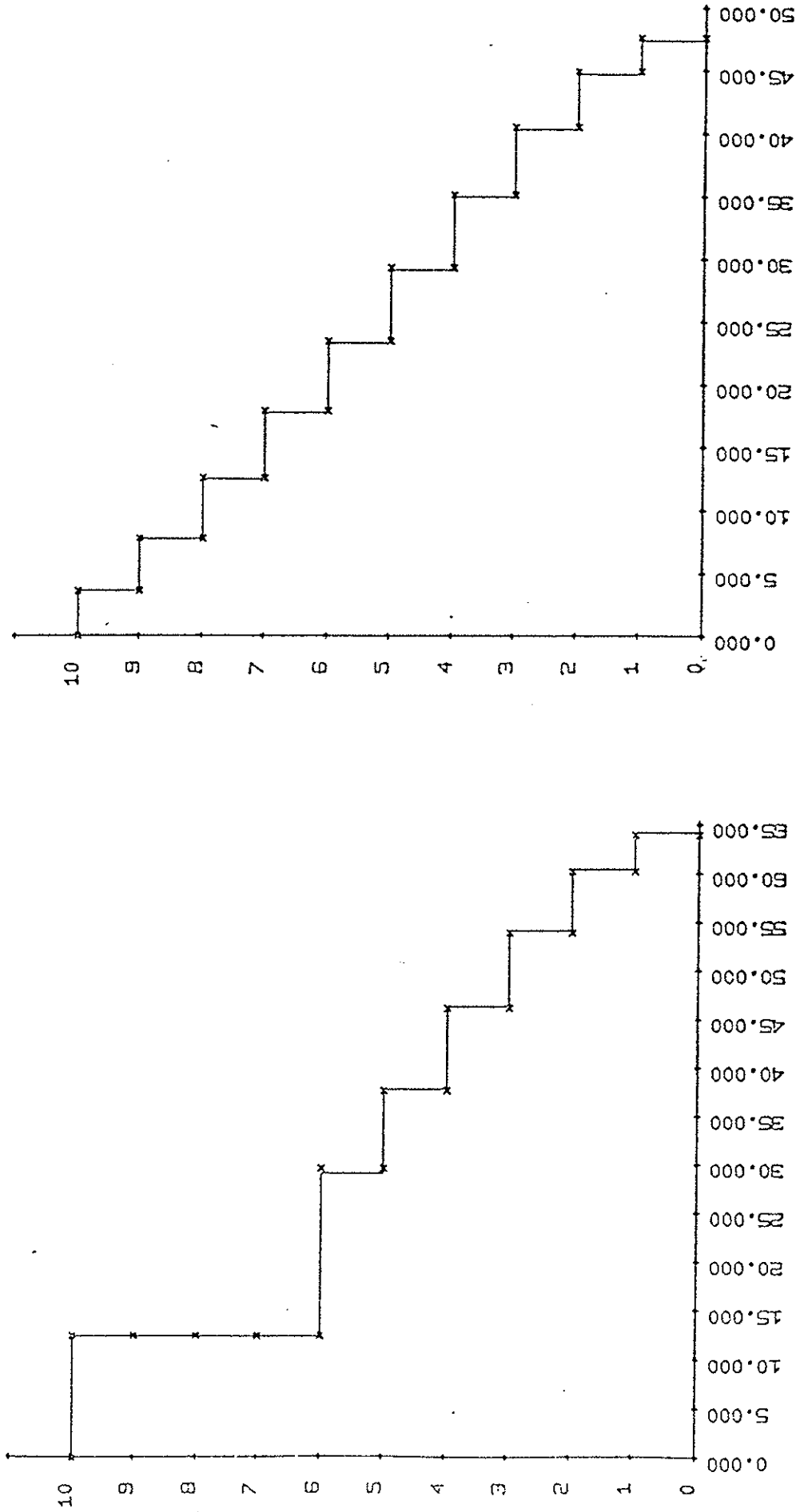


EFFORT NORMAL (T) • TRUMEAU 1.

EFFORT NORMAL (T) • TRUMEAU 2.

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

x Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent

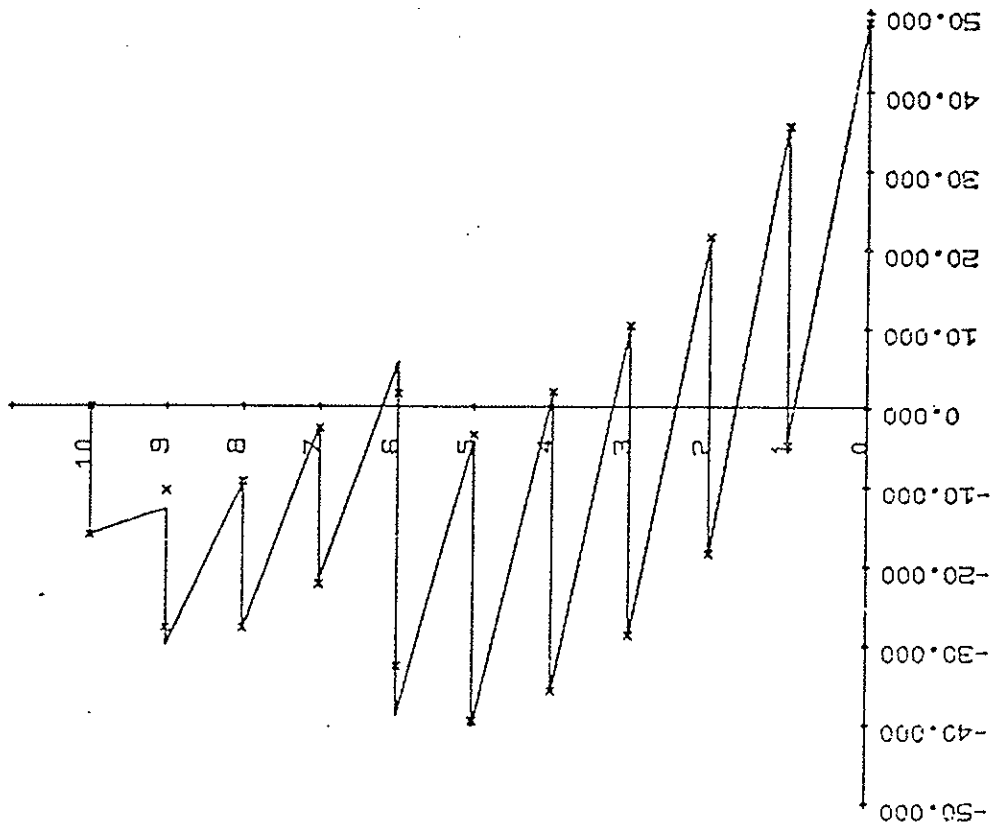


EFFORT NORMAL (T). TRUMEAU 4.

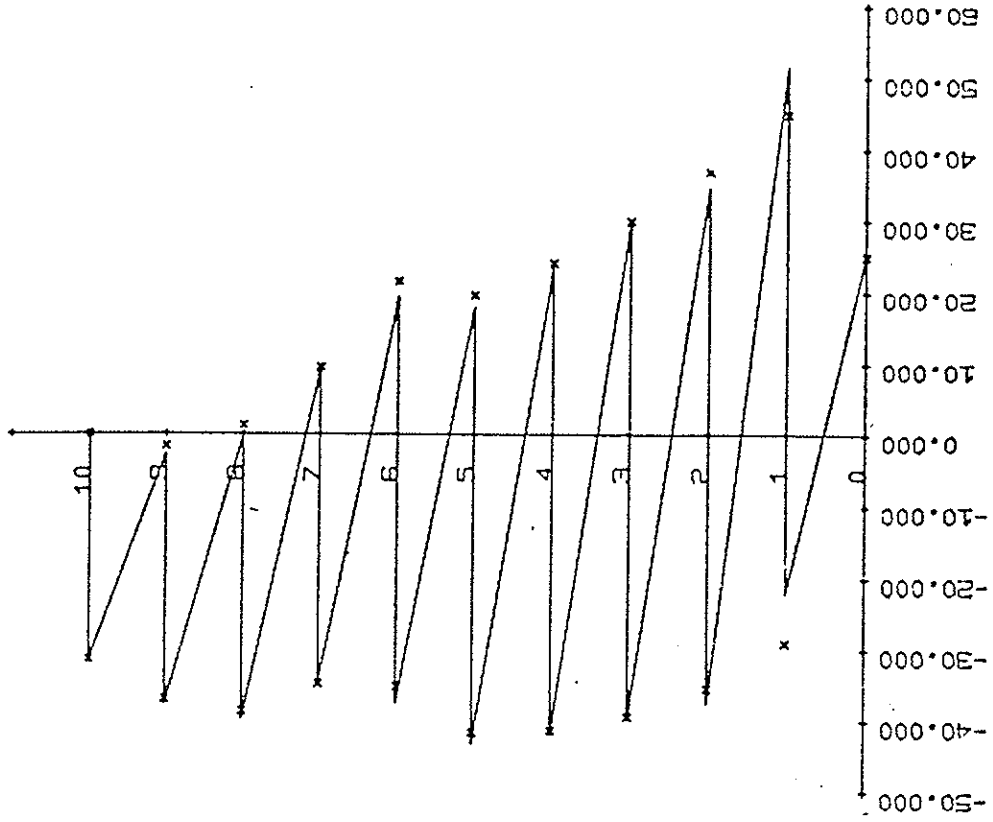
EFFORT NORMAL (T). TRUMEAU 6.

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

x Méthode des matrices transferts; — Méthode du portique équivalent;
 (sauts de moment corrigés: cf.IV.1.3)



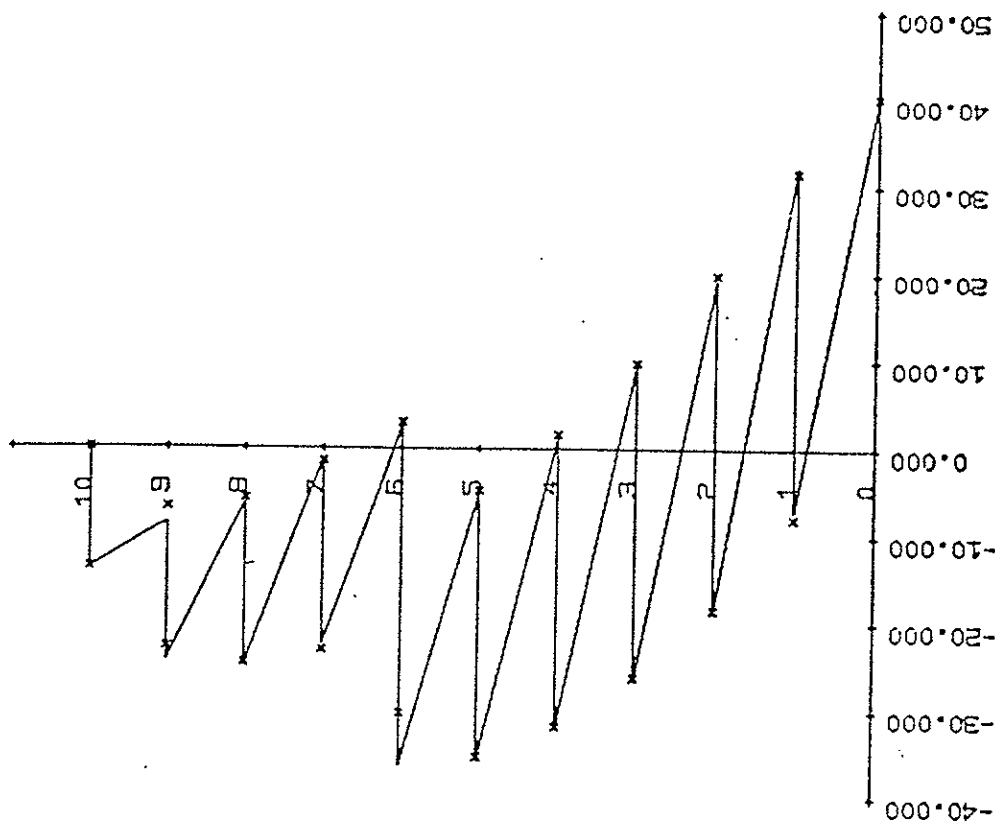
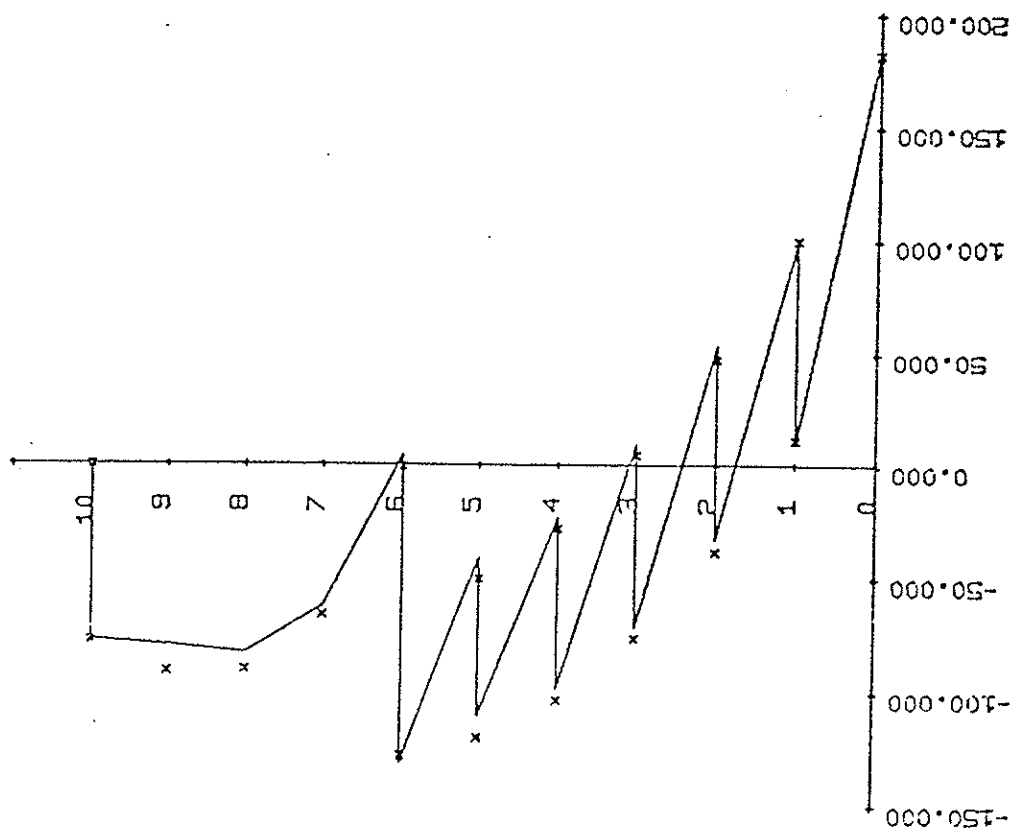
MOMENTS DANS LE TRUMEAU 1 (T.M.)



MOMENTS DANS LE TRUMEAU 2 (T.M.)

EXEMPLE 2 : Immeuble présentant des singularités. Fondations élastiques

x Méthode des matrices transfert; — Méthode du portique équivalent;
 (sauts de moment corrigés: cf.IV.1.3)



IV.3. - Noyaux symétriques à deux files d'ouvertures.

IV.3.1. - Généralités

Les noyaux étudiés dans ce paragraphe sont constitués de deux cages en U identiques se faisant face et reliées par deux files régulières de linteaux.

Ce type de structure ne peut être calculé par la méthode du portique équivalent, essentiellement parce que la non-prise en compte du gauchissement des sections des cages en U revient à diminuer de moitié l'action résistante des files de linteaux (la rigidité sectorielle propre des cages en U pourrait par contre être ici négligée puisqu'elle ne représente que 3 % environ de la rigidité sectorielle totale).

Nous comparerons les résultats du calcul par la méthode des matrices transfert avec ceux donnés par les deux méthodes suivantes :

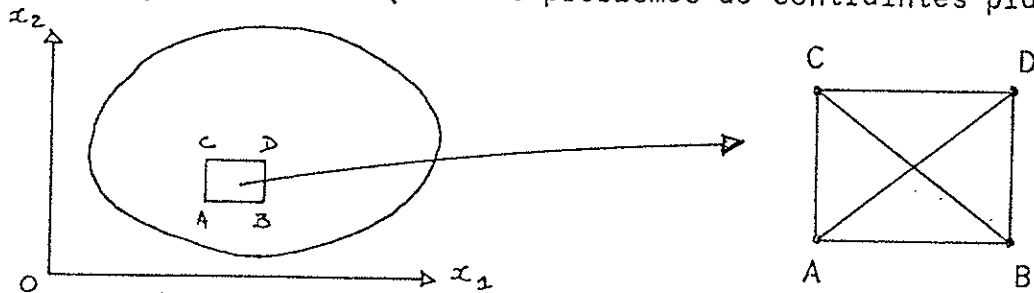
- Méthode continue : (Réf. 16) C'est une généralisation aux noyaux symétriques de la méthode continue de Vlassov (Réf. 20, chap. I à IV). Les files de linteaux sont remplacées par un milieu continu équivalent.
- Théorie des équivalences : (Réf. 1, 2) Cette méthode est une méthode locale et autorise par conséquent les déformations localisées (encastremets des linteaux) et les phénomènes secondaires (distorsion) négligés par les deux autres approches. Elle donnera donc une image du comportement de la structure plus proche de la réalité.

Remarque : Nous avons précédemment utilisé la "méthode du portique équivalent" (IV.1. et IV.2.) et rencontré la notion de "refend équivalent" (IV.1.1.) . Afin d'éviter toute confusion de vocabulaire, précisons que la Théorie des Équivalences se place sur un tout autre plan. Les deux approches ci-dessus consistent à remplacer un refend à files d'ouvertures soit par un refend plein (refend équivalent), soit par portique (portique équivalent), qui sont supposés avoir même comportement que le refend à files d'ouvertures.

La Théorie des Equivalences, elle, remplace le solide continu à étudier par un solide discret équivalent ayant même énergie de déformation et accessible au calcul par ordinateur : Ce solide équivalent discret est en effet un système de barres, articulées ou encastrées entre elles, dont les caractéristiques géométriques sont déduites de la condition d'identité des potentiels de déformation.

C'est donc une méthode locale qui, pour un découpage suffisamment fin, donne une excellente approximation du comportement du solide étudié, dans le domaine élastique linéaire.

A titre d'exemple, nous allons déterminer ci-dessous les caractéristiques géométriques des barres du modèle équivalent élémentaire "rectangle articulé" (cas des problèmes de contraintes planes).



- E est le module d'YOUNG
- ABCD étant petit par rapport au solide entier, nous supposons que le tenseur de déformation (e_{ij}) reste constant sur ABCD.
- S et l désignant la section et la longueur d'une des barres du modèle, nous introduisons la quantité $\rho = E.S.l$

Soit A l'élément de volume délimité par le contour ABCD (surface x épaisseur). Notons :

U_0 la densité d'énergie de déformation sur ABCD

W l'énergie de déformation emmagasinée par ABCD

W'_{AB} , W'_{BC} ... les énergies de déformation emmagasinées (en compression-traction) par les barres AB, BC

La condition d'identité des énergies de déformation s'écrit

$$W = A.U_0 = 2W'_{AB} + 2W'_{AC} + W'_{AD} + W'_{BC}$$

Or,

$$U_0 = E/2(1-\nu^2) \cdot (e_{11}^2 + e_{22}^2 + 2e_{11} \cdot e_{22} + 2(1-\nu) \cdot e_{12}^2)$$

(contraintes planes)

Et,

$$\left| \begin{array}{l} W'_{AB} = \frac{1}{2} \rho_{AB} \cdot e_{11}^2 \\ W'_{AC} = \frac{1}{2} \rho_{AC} \cdot e_{22}^2 \\ W'_{AD} = \frac{1}{2} \rho_{AD} \cdot (e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha + 2e_{12} \sin \alpha \cos \alpha)^2 \\ W'_{BC} = \frac{1}{2} \rho_{BC} \cdot (e_{11} \cos^2 \alpha + e_{22} \sin^2 \alpha - 2e_{12} \sin \alpha \cos \alpha)^2 \end{array} \right.$$

L'identité ci-dessus devant être vérifiée quelle que soit la valeur des e_{ij} on trouve par identification :

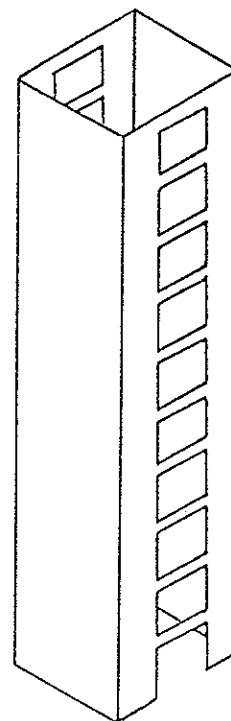
$$\left| \begin{array}{l} \rho_{AB} = \rho_{CD} = A \rho / 2 \cdot (3 - \cot^2 \alpha) ; \quad \rho_{AC} = \rho_{BD} = A \rho / 2 \cdot (3 - \tan^2 \alpha) \\ \rho_{AD} = \rho_{BC} = A \rho / (2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha) \end{array} \right.$$

à condition que $\lambda = 2 \rho$, c'est à dire $\nu = 1/3$

IV.3.2. - Description du premier noyau

- 10 étages de 4 m
- Les dimensions en plan sont indiquées sur la Fig. 1 page suivante (épaisseur des voiles uniforme : 20 cm)

schéma ci-contre :
perspective isométrique
du noyau



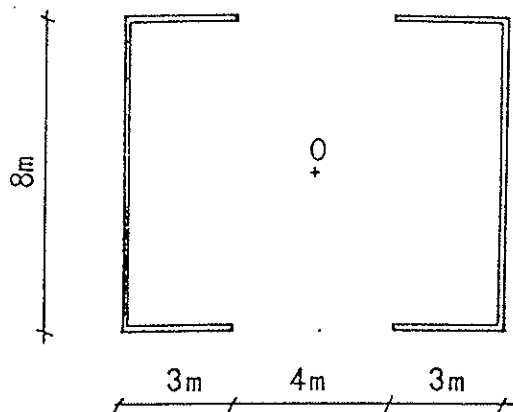


Fig. 1 : dimensions en plan

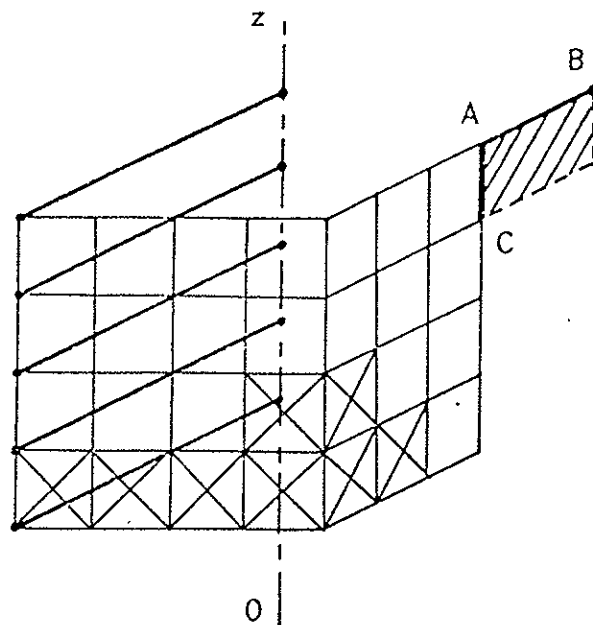


Fig. 2 : modélisation du 1/4 d'étage

- Les linteaux ont une longueur de 4 m, une hauteur de 1 m et une épaisseur de 20 cm ($i = 0.01666 \text{ m}^4$). Les 3 méthodes utilisées dans ce paragraphe négligeront dans tous les cas les déformations de distorsion des linteaux.
- Les voiles sont parfaitement encastés en pied.
- $E = 1\,600\,000 \text{ T/m}^2$ $G = 600\,000 \text{ T/m}^2$.

Chargement :

Densité de couple de torsion uniforme : 20 T.m/ml.

Modélisation de la structure pour le calcul par la Théorie des Equivalences :

La double symétrie du noyau permet de n'en étudier que le quart. Le modèle élémentaire de maillage sera le rectangle articulé (problème de contraintes planes) avec les inerties hors-plan des barres correspondant au problème de dalle.

Le découpage d'un étage est indiqué sur la Fig. 2 ci-dessus. Les noeuds repérés par un point gras se voient imposés les déplacements nuls qui conviennent. Le demi-linteau est représenté par une barre AB ayant mêmes caractéristiques

géométriques et mécaniques et la barre verticale AC a une inertie transversale très grande : nous approchons ainsi l'encastrement réel du linteau, puisque la longueur AC est égale à la hauteur de celui-ci. Toutes les barres horizontales du maillage ont des rigidités hors-plan très grandes : l'indéformabilité transversale des sections est ainsi assurée.

IV.3.3. - Comparaison des résultats

Les efforts tranchants dans les linteaux et les rotations des étages sont visualisés par les courbes de la page suivante.

Les résultats de la méthode continue coïncident assez bien avec ceux de la méthode des matrices transfert : écarts relatifs inférieurs à 2% pour les rotations d'étages, et à 12% pour les efforts tranchants. Nous ne nous intéresserons maintenant qu'à la comparaison des résultats du calcul par matrices transfert avec ceux donnés par la Théorie des Equivalences.

*Efforts tranchants dans les linteaux :

Les valeurs données par la méthode des matrices transfert sont d'environ 7 % supérieures à celles qui sont données par la Théorie des Equivalences. (L'effondrement de l'effort tranchant au dernier étage indiqué par la Théorie des Equivalences est dû à de grandes déformations localisées au voisinage de l'encastrement de ce linteau).

*Rotations des étages :

L'écart relatif est beaucoup plus grand que pour les efforts tranchants et atteint 35 % au sommet : la méthode par matrices transfert surestime la rigidité du noyau.

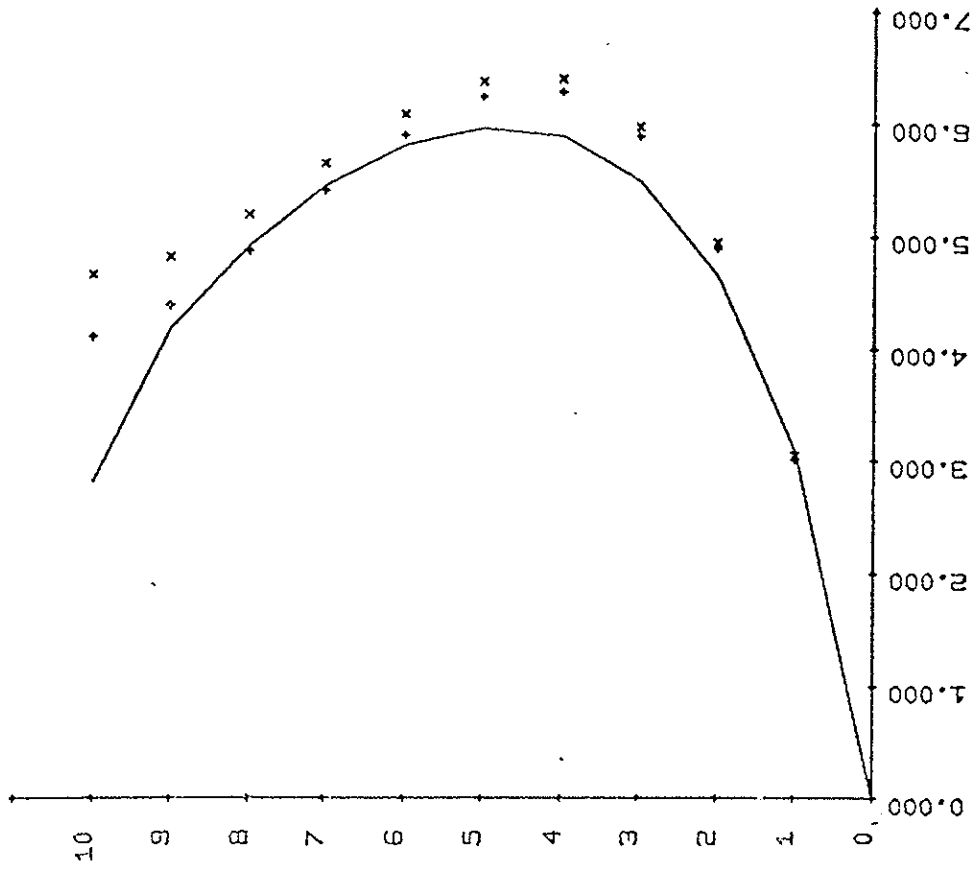
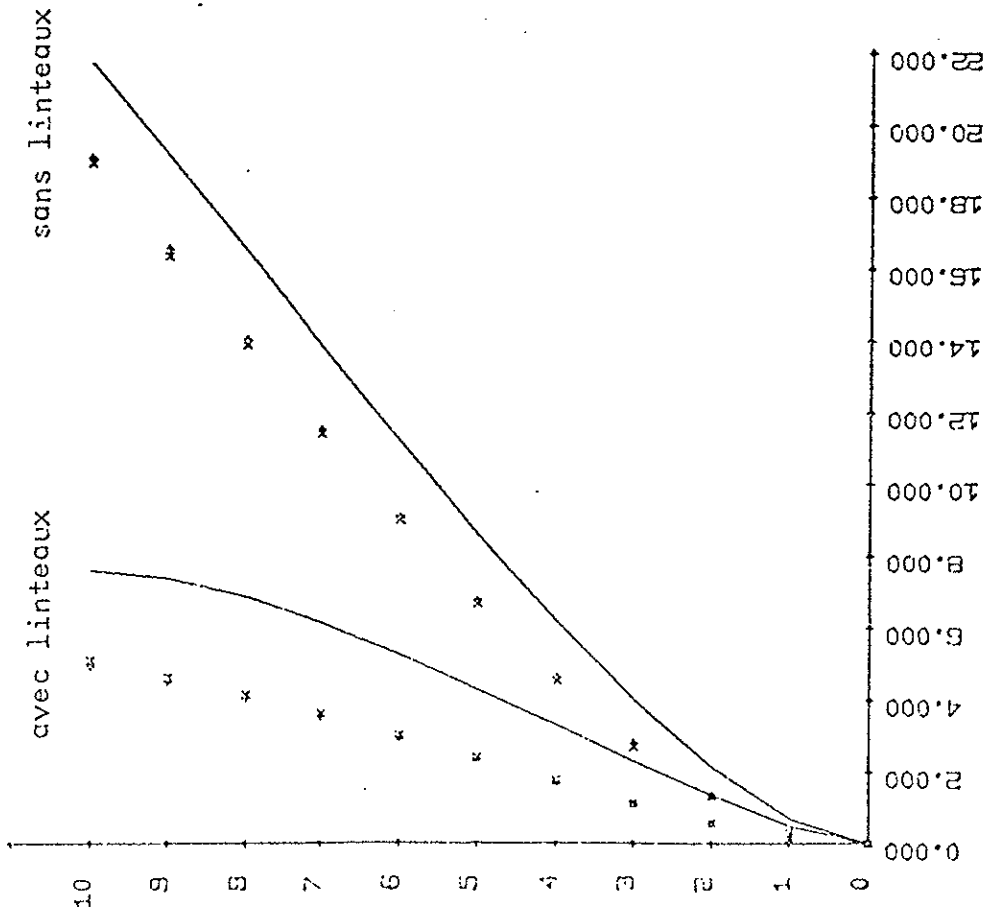
On pourrait attribuer cette majoration de la rigidité de la structure au fait que les déformations localisées au niveau des encastres-
trements des linteaux ont été négligées dans le calcul par matrices transfert.

EXEMPLE 3 : Noyaux symétriques à deux files d'ouvertures. 1er Noyau

— Théorie des équivalences;

- x Méthode des matrices transfert;

x Méthode continue;



On peut tenir compte approximativement de ces déformations localisées en augmentant la portée des linteaux d'une longueur égale à $\gamma \cdot h$ (h hauteur du linteau).

MICHAEL propose $\gamma = 1$ (Réf. 29)

PETERSSON propose $\gamma = 0.66$ (Réf. 30 ; cette valeur est déduite d'exemples traités par la méthode des éléments finis avec un maillage fin et semble plus plausible, en élasticité linéaire du moins).

Nous avons fait le calcul pour $\gamma = 1$ et $\gamma = 0,50$ (cf. Fig. 1 et 2 page 132).

Les efforts tranchants sont cette fois trop faibles et les rotations des étages peu satisfaisantes : l'angle de torsion au sommet est certes plus proche de la valeur donnée par la Théorie des Equivalences, mais les courbes ne sont pas du même type.

L'explication de la mauvaise concordance entre les deux méthodes pour la rotation des étages est en fait ailleurs : elle tient au fait que la Théorie de Vlassov néglige la distorsion des voiles. Le calcul par matrices transfert ne tient donc pas compte de la torsion du noyau due à la distorsion des voiles et nous allons montrer que c'est ce qui explique pourquoi les rotations d'étages sont trop faibles.

La torsion en distorsion pure des voiles se fait en laissant les sections transversales du noyau planes et horizontales : elle doit donc être indépendante des caractéristiques des linteaux (à chargement extérieur identique). Pour le vérifier, nous avons étudié les deux cas suivants :

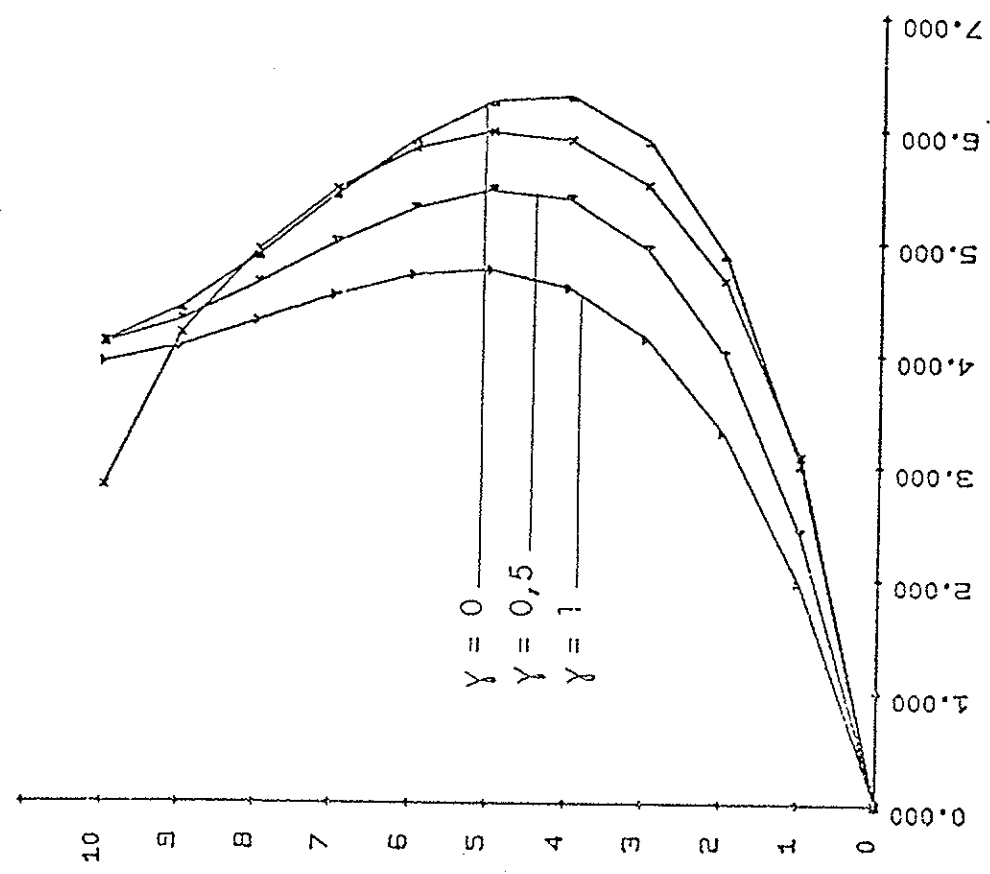
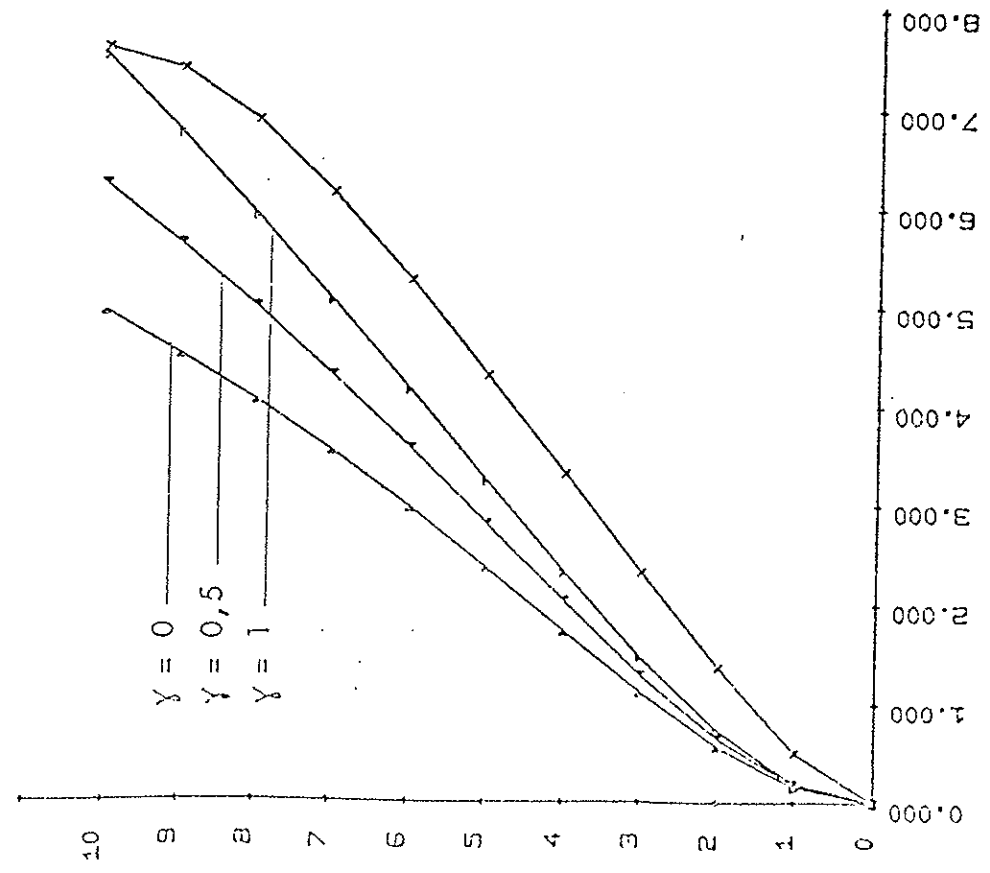
1 - Noyau sans linteaux (calcul par équivalences). Le gauchissement des sections transversales est empêché (déplacement verticaux des noeuds du maillage imposés nuls) nous avons ainsi une torsion en distorsion pure.

2 - Noyau sans linteaux. Gauchissement libre (calcul par matrices transfert et par équivalences).

EXEMPLE 3 : Noyaux symétriques à deux files d'ouvertures. 1er Noyau

Théorie des Equivalences: —

Méthode des matrices transfert: x ou + ou -
(selon valeurs de γ)



Prise en compte, par la méthode des matrices transfert, des déformations localisées au niveau des encastrement des linteaux (portée des linteaux augmentées de γ fois leur hauteur).

FIG. 1. ROTATIONS DES ETAGES (10-4 RD).

FIG. 2. TRANCHANT DANS LES LINTEAUX (T).

EXEMPLE 3 : Noyaux symétriques à deux files d'ouvertures. 1er Noyau

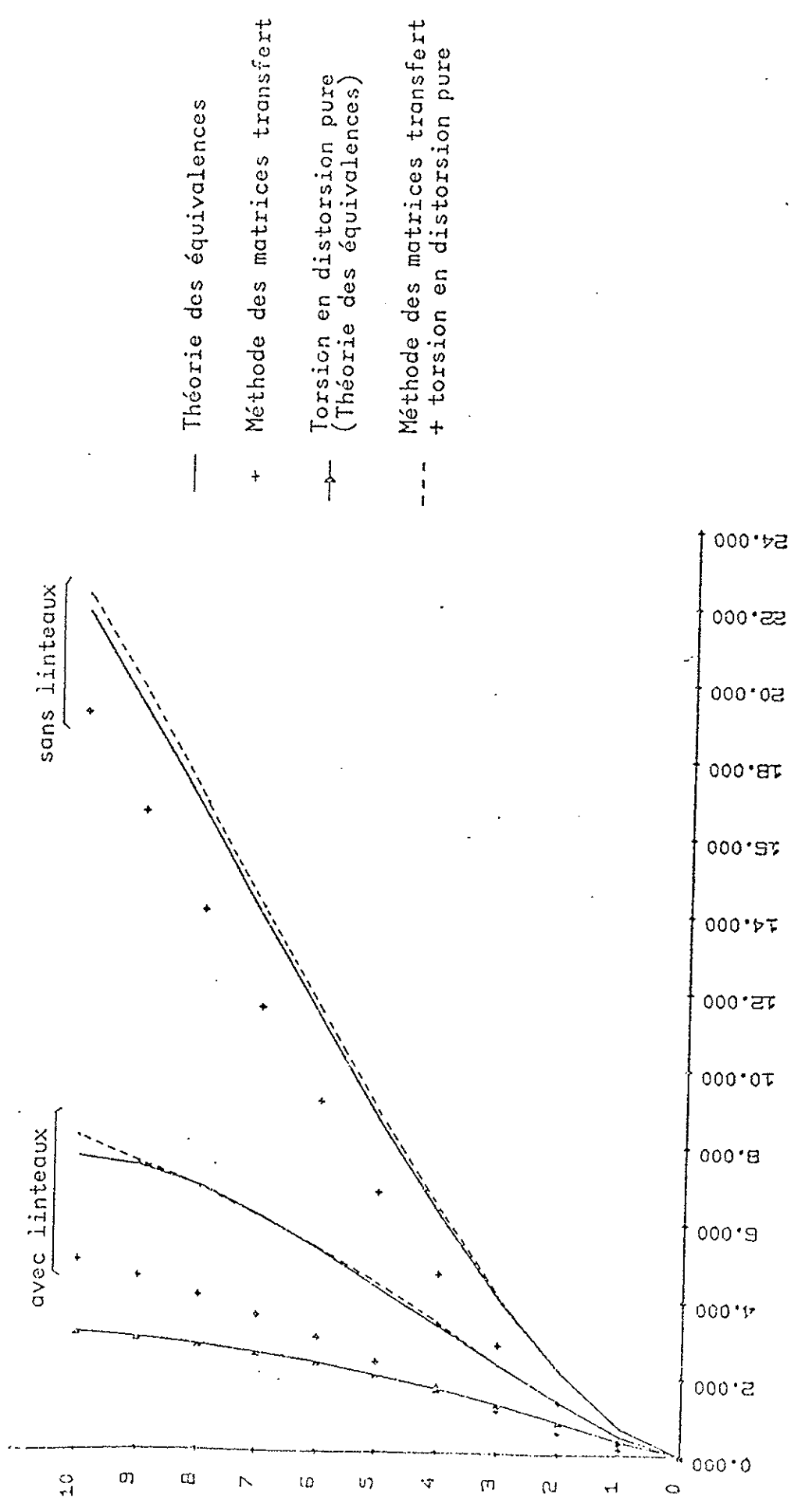


Figure 3

ROTATION DES ETAGES. INFLUENCE DE LA DISTORSION. (10-4 RD).

Le calcul par matrices transfert correspondant au 2ème cas donne bien, pour les rotations d'étages, des écarts absolus proches de ceux que l'on a obtenu pour la structure initiale, avec linteaux. Ces écarts absolus sont très voisins des rotations d'étages du cas 1 ci-dessus où le noyau se tord en distorsion pure.

Les courbes de la Fig. 3 page visualisent ces constatations. Les courbes en pointillés correspondent à l'addition des rotations d'étages calculées par matrices transfert avec les rotations en distorsion pure : on voit qu'elles sont proches des courbes données par le calcul direct par équivalences. : 7 % et 2 % pour les rotations au sommet (avec linteaux : 7 %, sans : 2%).

IV.3.4. - Deuxième noyau

Le noyau étudié précédemment était peu élancé :

hauteur :	$10 \times 4 = 40$ m
largeur du fond des cages en U :	8 m

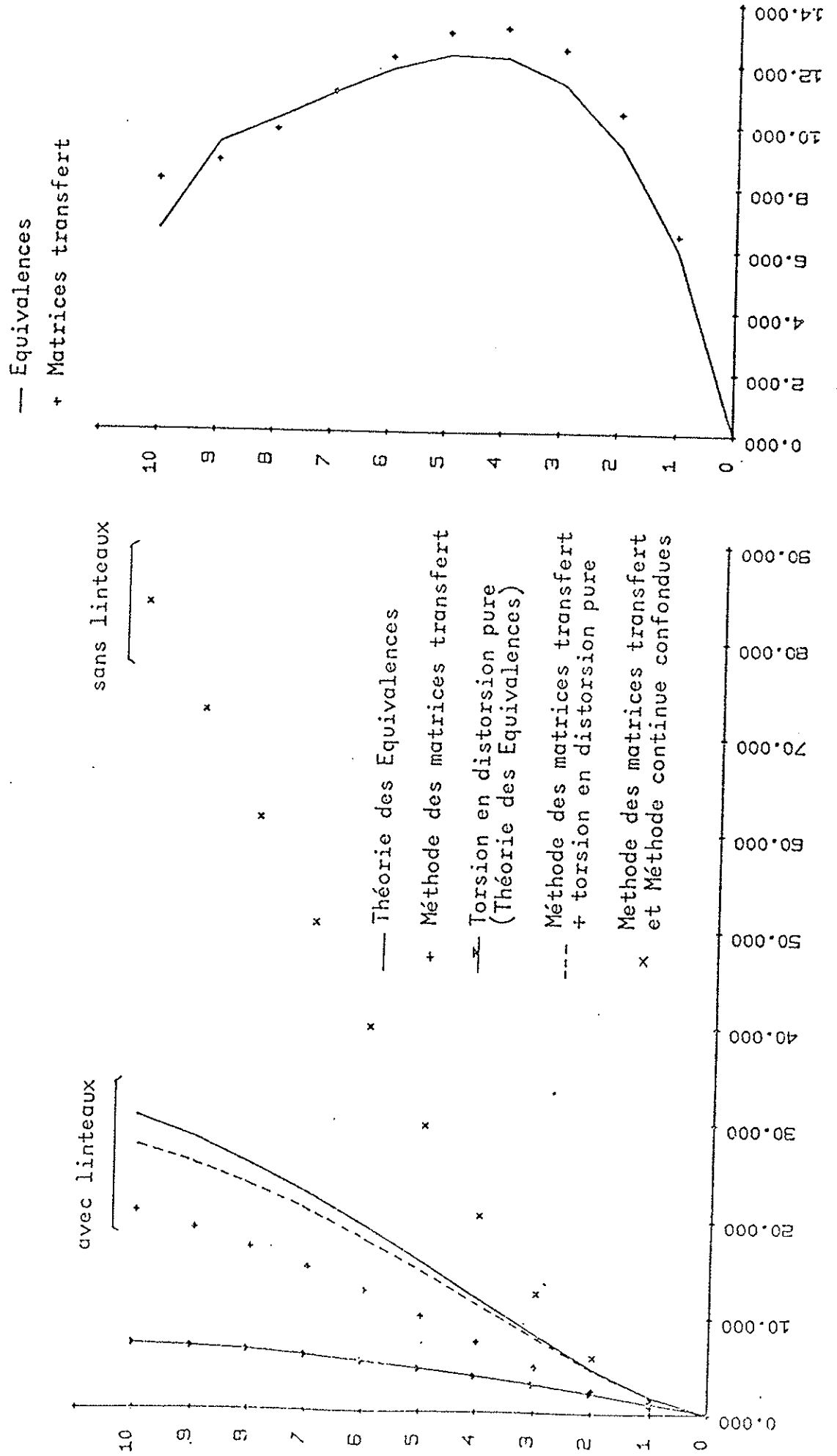
Nous allons, dans ce paragraphe, nous intéresser à un noyau deux fois plus élancé. Les caractéristiques de ce second noyau seront les mêmes que celles du premier, à l'exception de la largeur du fond des cages en U, qui sera ramenée à 4 m. Le chargement extérieur est toujours de 20 T.m/ml. Les caractéristiques des linteaux sont conservées.

Les figures page suivante donne les efforts tranchants et les rotations des étages calculés par la méthode des matrices transfert et par la Théorie des Equivalences.

Nous avons aussi indiqué les rotations des étages

- pour la torsion en distorsion pure (calculées par la Théorie des Equivalences)
- pour le noyau sans linteaux (ordre de grandeur calculé par la méthode continue).

EXEMPLE 3 : Noyaux symétriques à deux files d'ouvertures. 1er Noyau



La courbe en pointillés donne les rotations des étages de la méthode des matrices transfert augmentées des valeurs de torsion en distorsion pure.

Les commentaires que l'on peut faire de cet exemple sont à peu près les mêmes que ceux du premier exemple. Nous les résumons dans le paragraphe ci-après.

IV.3.5. - Conclusion

L'étude de ces deux noyaux permet de tirer les conclusions suivantes :

*Les déformations localisées des encastremets des linteaux influent peu sur le comportement de la structure (environ 10 % sur les efforts tranchants dans les linteaux et les rotations des étages "corrigées". Il faut noter cependant que le découpage qui a été adopté pour le calcul par équivalences est assez grossier et a certainement conduit à une sous-estimation de ces déformations localisées.

*Des phénomènes de distorsion importants, non pris en compte par la méthode des matrices transfert, viennent se superposer au fonctionnement en torsion-flexion. Ils perturbent peu les efforts tranchants dans les linteaux, mais augmentent notablement les angles de rotation des sections. Leur importance relative est d'autant plus grande que la structure est moins élancée et qu'elle est plus raidie par des linteaux (qui s'opposent à la torsion-flexion).

Remarquons cependant, que dans un contreventement d'immeuble ces déformations viennent se superposer aux fonctionnements en torsion-flexion et compression-traction et ne modifient donc que les valeurs des déplacements horizontaux. Les autres grandeurs (efforts tranchants dans les linteaux, efforts normaux et moments dans les voiles) ne sont pas (ou peu) perturbés.

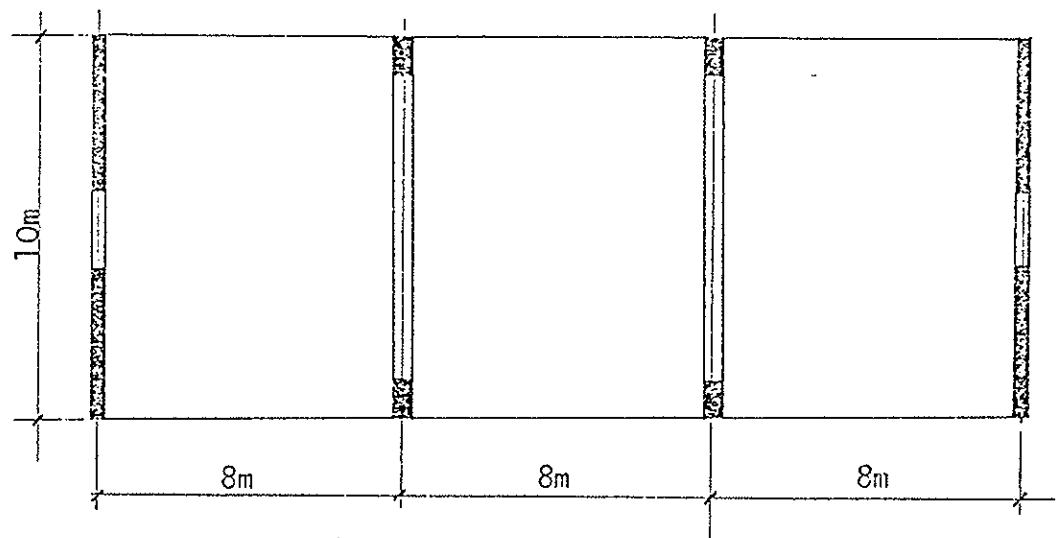
IV.4. - Exemple 4 : Portique symétrique à une travée.

L'exemple développé dans ce paragraphe va nous permettre de tester la méthode de prise en compte des portiques symétriques à une travée exposée en III.4. Cet exemple a déjà été traité numériquement par Mademoiselle DELQUE (Réf. 12) qui utilisait une méthode dérivée de la méthode d'ALBIGES, mais imposant la compatibilité des flèches horizontales à tous les étages (Monsieur ALBIGES ne l'assure qu'au dernier étage).

La deuxième méthode de comparaison sera la méthode du portique équivalent (cf. IV.1).

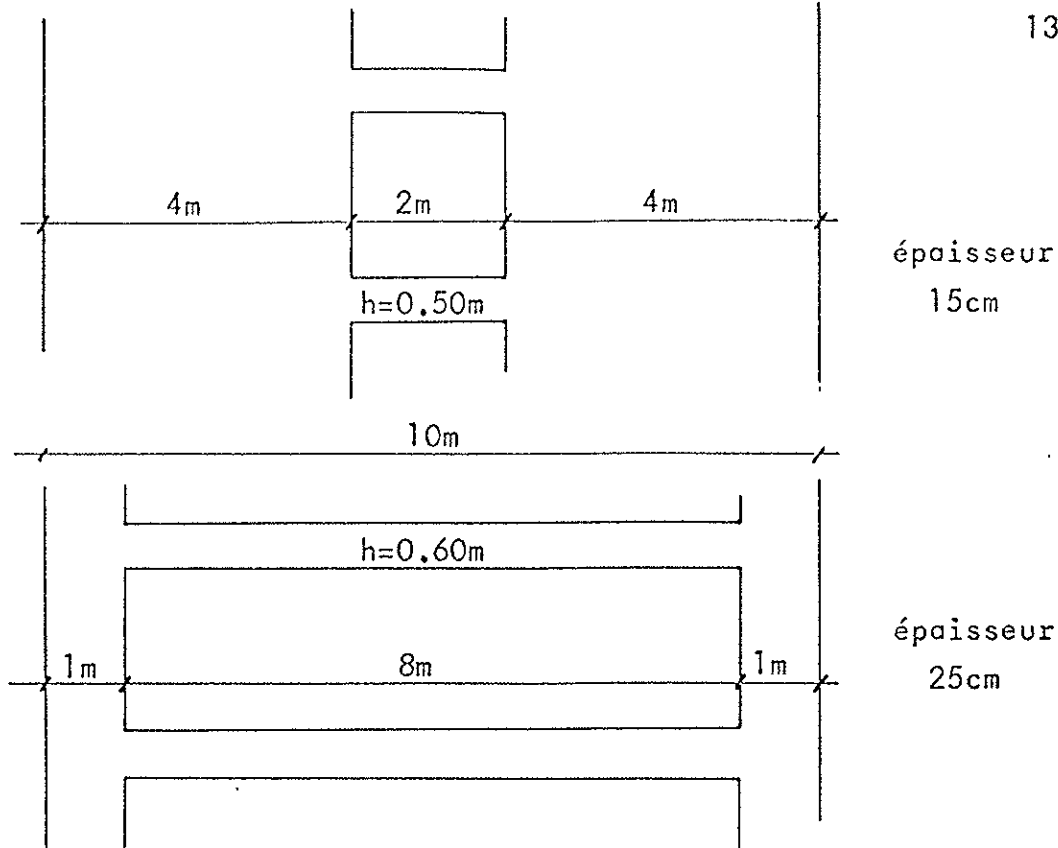
IV.4.1. - Description sommaire de l'immeuble

- o 4 plans de contreventement, avec double symétrie



- o 10 étages de 2,70 m
- o Fondations rigides
- o Pression du vent uniforme : 0,1 T/m²
- o $E = 2\ 000\ 000\ \text{T/m}^2$
- o Inertie des montants du portique : 0.020833 m⁴
- o Inertie des traverses du portique: 0.007875 m⁴

Pour le calcul, la portée des linteaux des refends sera majorée de 0,33 m (prise en compte des déformations localisées aux encastresments des linteaux).



IV.4.2. - Comparaison des résultats

Les courbes des pages suivantes visualisent les résultats obtenus.

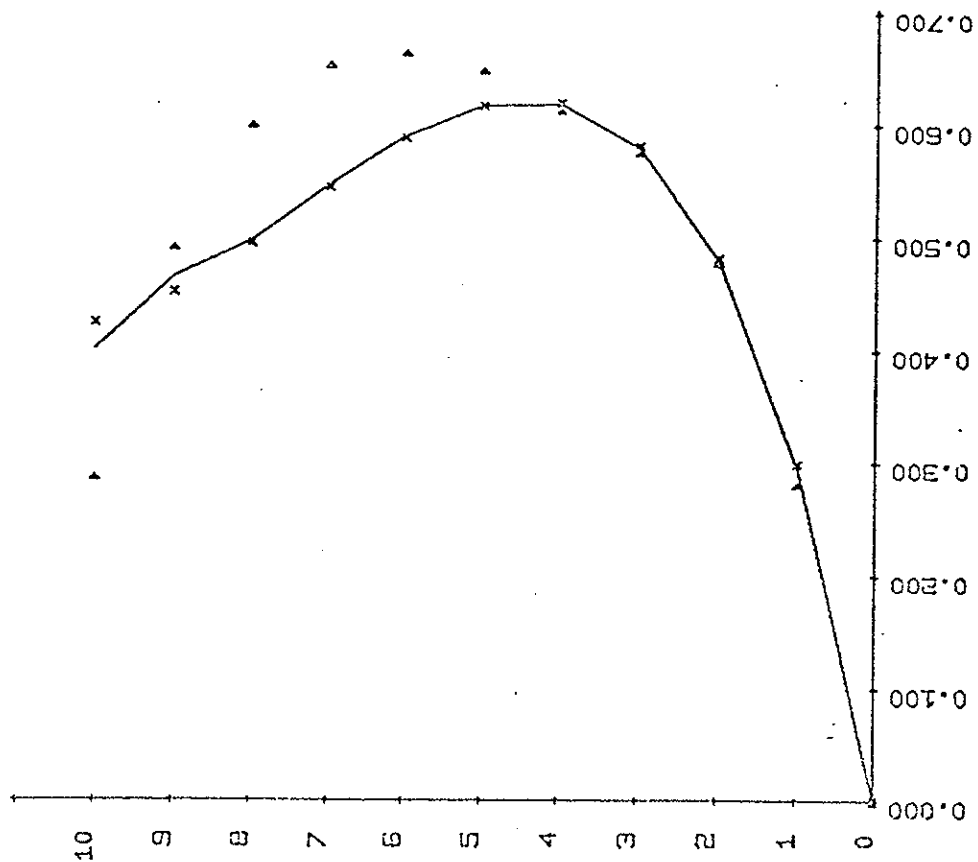
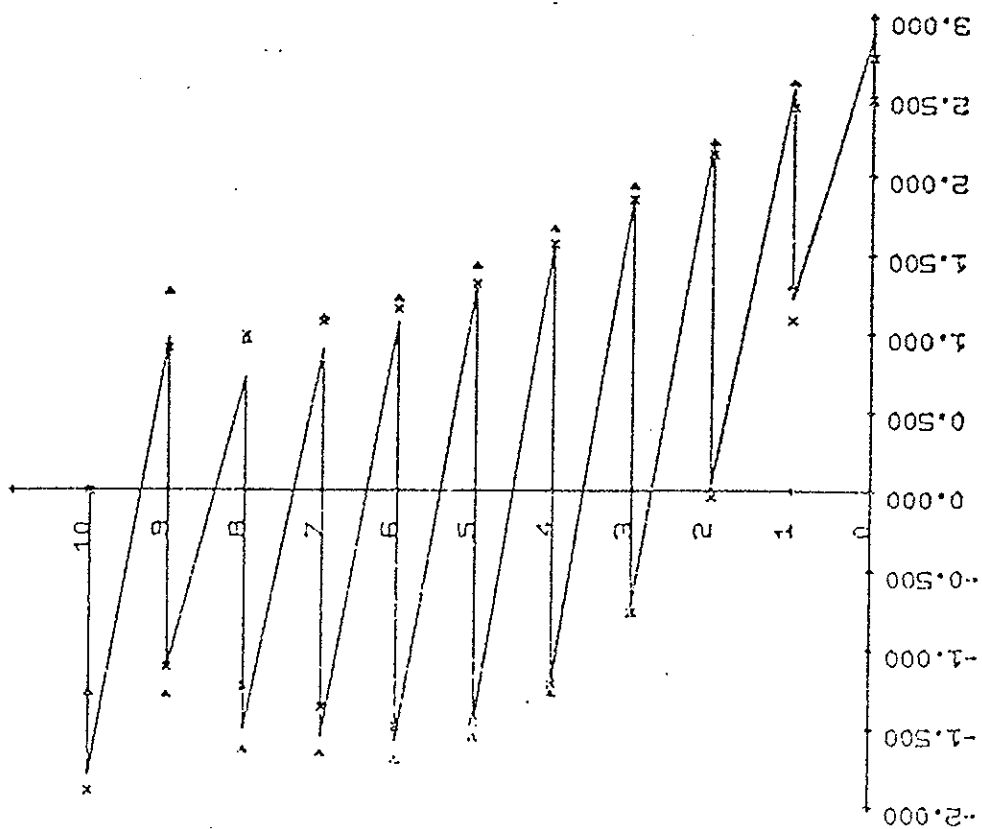
Nous constatons que les valeurs données par la méthode des matrices transfert sont très proches de celles de la méthode du portique équivalent (écarts relatifs la plupart du temps inférieurs à 1 %).

Signalons que le calcul par matrices transfert sans prise en compte des déformations d'effort normal dans les montants du portique (section des montants multipliée par 100 par exemple) donne des résultats perturbés de 5 à 10 %.

EXEMPLE 4 : Prise en compte des portiques symétriques à une travée

— Méthode du portique équivalent;
 x Méthode des matrices transfert;

▶ Méthode de Mademoiselle DELOUË;

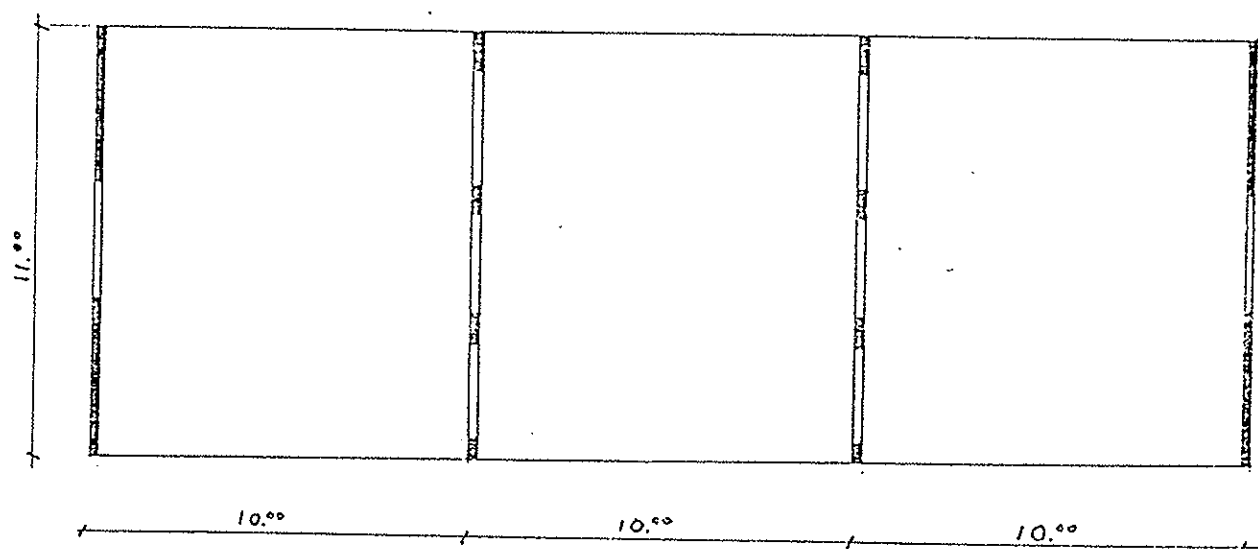


IV.5. - Exemple 5 : Prise en compte de portiques multitravées non symétriques.

Cet exemple constitue un test de la méthode approchée de prise en compte des portiques multitravée non symétriques exposée en III.4.2. Nous comparerons les résultats obtenus par cette méthode avec ceux fournis par la méthode du portique équivalent (cf. IV.1.).

IV.5.1. Description sommaire de l'immeuble

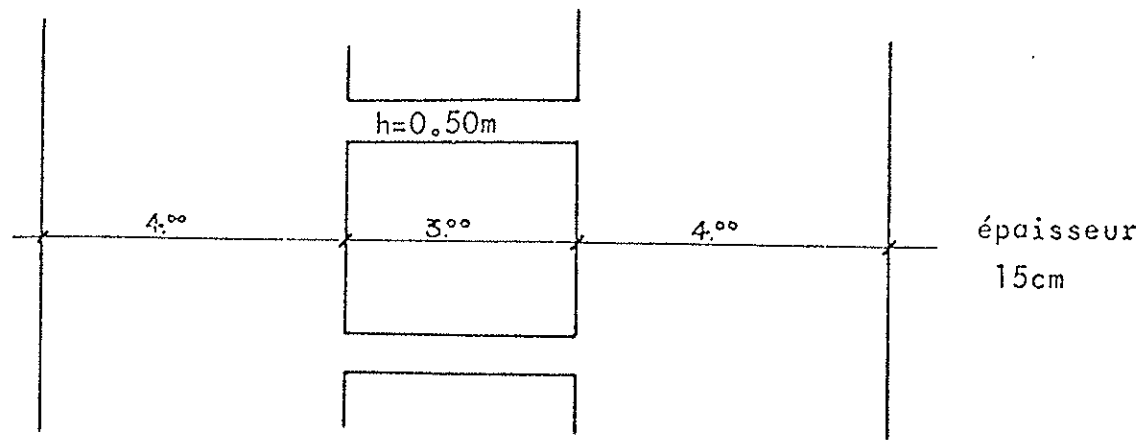
- 4 plans de contreventements. L'immeuble est symétrique.



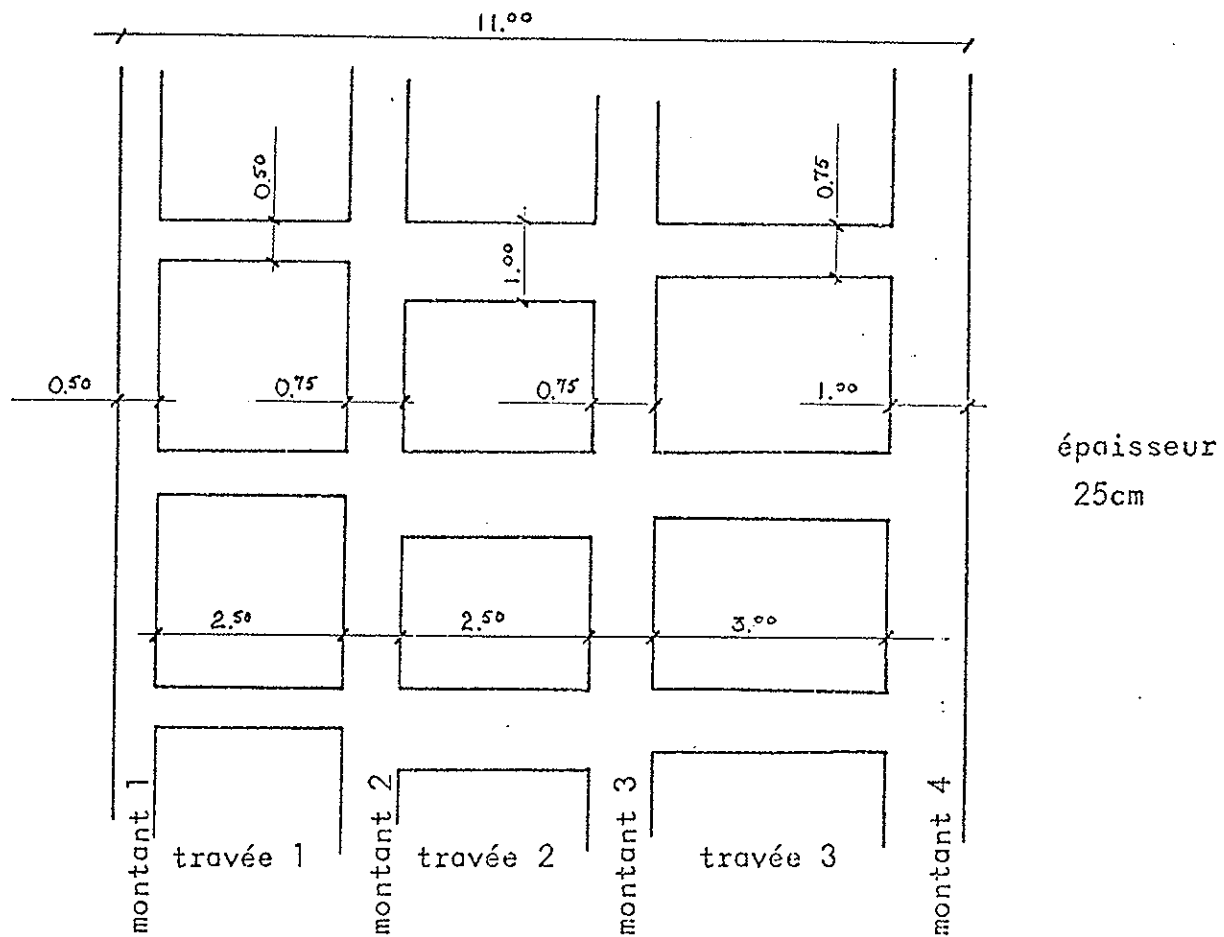
- 10 étages de 3 m.
- Fondations rigides.
- Pression du vent uniforme : $0,1 \text{ T/m}^2$
- $E = 2\,000\,000 \text{ T/m}^2$ $G = 1\,000\,000 \text{ T/m}^2$.

Pour le calcul, la portée des linteaux des refends sera majorée de 0,33 m (prise en compte des déformations localisées aux encastremets des linteaux). Les portées des traverses des portiques seront comptées entre nus des poteaux.

Les caractéristiques des refends et portiques sont détaillées ci-dessous.



refend ajouré



portique multitravée non symétrique

Inerties des poutres du portique :

$$1,00 \times 0,25 : I = 0,020833 \text{ m}^4$$

$$0,75 \times 0,25 : I = 0,008789 \text{ m}^4$$

$$0,50 \times 0,25 : I = 0,002604 \text{ m}^4$$

IV.5.2. - Comparaison des résultats

Les courbes ci-après comparent les résultats fournis par les deux méthodes pour les grandeurs suivantes :

- Efforts tranchants dans les traverses et les linteaux.
- Moments dans les montants.
- Efforts normaux dans les montants et trumeaux.
- Déformée horizontale.

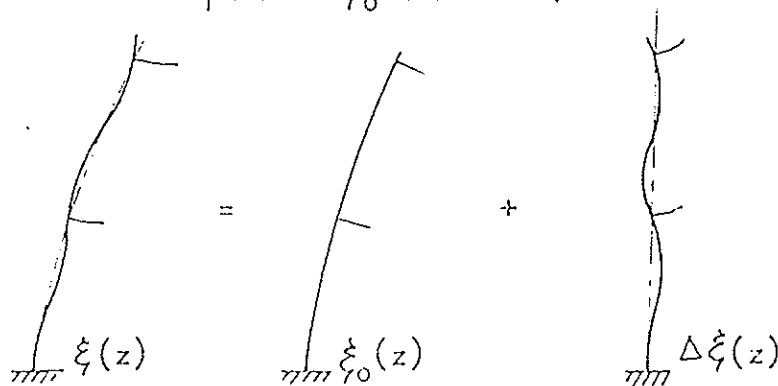
Les sauts de moment dans les montants ont été calculés à partir de leurs coefficients d'influence vis-à-vis de ω et des u_j (cf. III.4.2.). Les valeurs moyennes des moments d'étages sont déduites des dérivées secondes de la déformée horizontale (de type $\xi_0(z)$) donnée par le calcul par matrices transfert (cf. III.4.2.).

Nous constatons que la concordance des deux méthodes est généralement assez bonne : la méthode des matrices transfert approche à environ 5% la plupart des résultats de la méthode du portique équivalent

- Efforts tranchants maxi.
- Efforts normaux (sauf montants 2 et 3 : 10 et 15%).
- Moments dans les montants (à partir du 2ème étage).
- Déformée horizontale.

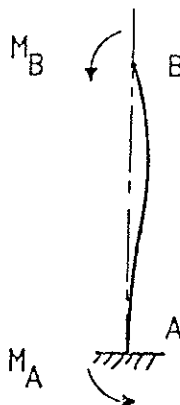
Les moments au pied des montants sont sous-estimés par la méthode des matrices transfert et présentent des écarts relatifs importants (respectivement 40 %, 45 %, 50 % et 20 %). Il est possible d'apporter une correction à ces valeurs sous-estimées des moments en pied en leur ajoutant le quart du saut de moment du premier étage. En effet, la déformée $\xi(z)$ d'un montant du portique peut s'écrire :

$$\xi(z) = \xi_0(z) + \Delta\xi(z)$$



Or, si on isole le premier étage du montant, soumis à la déformation $\Delta \xi(z)$, on a :

$$M_A = \frac{1}{2} M_B$$



Des considérations simples de statique montrent que M_B est majoré par la moitié du saut de moment en B, c'est à dire que M_A est majoré par le quart du saut de moment au premier étage. La correction indiquée ci-dessus, consistant à ajouter au moment en pied donné par la méthode des matrices transfert (égal à $EI\xi''(0)$) le quart du saut de moment au premier étage, donne donc un majorant de la valeur réelle.

Ces majorants ont été indiqués sur les courbes des moments dans les montants du portique.

EXEMPLE 5 : Prise en compte des portiques multitravées non symétriques

x Méthode des matrices transfert;

— Méthode du portique équivalent;

